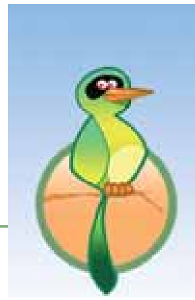
Matemática 6

Colección
cipotas y cipotes

Plan Nacional de Educación 2021



Créditos

372.7
E49m El Salvador. Ministerio de Educación (MINED)
Matemática 6 : guía metodológica / Ministerio de Educación. --
sv ed. -- San Salvador, El Salv. : MINED, 2008.
112 p. : il., col. ; 30 cm. -- (Colección cipotas y cipotes)

ISBN 978-99923-58-38-2

1. Matemáticas-Enseñanza--Guías. I. Ministerio de Educación.
II. Título.

Shiori Abe
Norihiro Nishikata
Shinobu Toyooka
Asistencia técnica, JICA

James Alfred García
Neil Yazdi Pérez
Francisco René Burgos
Diseño de interiores y diagramación, JICA

James Alfred García
Ilustración de portada e interiores

Agradecimiento a:

La Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA) por la asistencia técnica en el marco del Proyecto para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática en la Educación Primaria (COMPRENDO – JICA).

El proyecto de Mejoramiento de la Enseñanza Técnica en el Área de Matemática de Honduras (PROMETAM) con asistencia técnica de JICA, por facilitar documentos para el diseño de esta versión.

Elías Antonio Saca
Presidente de la República

Ana Vilma de Escobar
Vicepresidenta de la República

Darlyn Xiomara Meza
Ministra de Educación

José Luis Guzmán
Viceministro de Educación

Carlos Benjamín Orozco
Viceministro de Tecnología

Norma Carolina Ramírez
Directora General de Educación

Ana Lorena Guevara de Varela
Directora Nacional de Educación

Manuel Antonio Menjívar
Gerente de Gestión Pedagógica

Rosa Margarita Montalvo
Jefa de la Unidad Académica

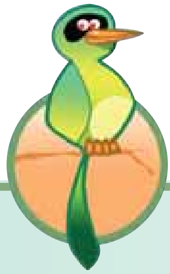
Karla Ivonne Méndez
Coordinadora del Programa Comprendo

Vilma Calderón Soriano
Silvio Hernán Benavides
Carlos Alberto Cabrera
Gustavo Antonio Cerros
Bernardo Gustavo Monterrosa
José Elías Coello
Equipo técnico autoral del Ministerio de Educación

Primera edición.

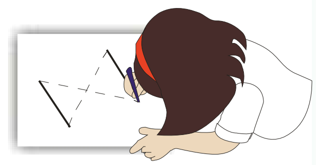
Calle Guadalupe, Centro de Gobierno, San Salvador, El Salvador, C. A.

CARTA



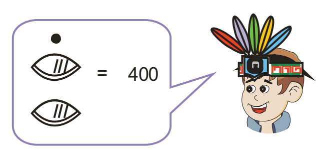
¿Qué vas a aprender?

Primer Trimestre



Segundo Trimestre

Tercer Trimestre



Primer Trimestre

Unidad 1: Operemos y dividamos con fracciones

Unidad 2: Tracemos figuras

Unidad 3: Identifiquemos razones

Unidad 1

Operemos y dividamos con fracciones

Recordemos

Sustituye en tu cuaderno el signo "?" por el número correspondiente.

a) (283 x 10) x (63 x 100) = (283 x 63) x $\boxed{?}$

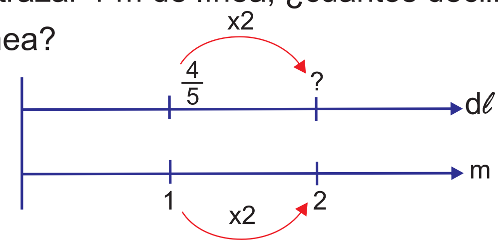
b) (42 x 6) x (83 x 9) = (42 x 83) x $\boxed{?}$

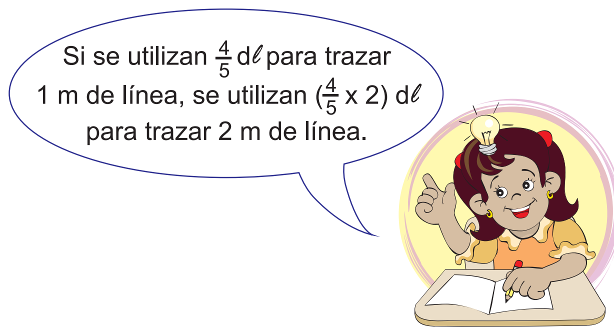
c) (1104 x 10) ÷ (48 x $\boxed{?}$) = 1104 ÷ 48

d) (722 x $\boxed{?}$) ÷ (19 x 5) = 722 ÷ 19

Lección 1 | Multipliquemos y dividamos fracciones

A. José está trazando una línea central en la carretera. Si utiliza $\frac{4}{5}$ decilitros de pintura para trazar 1 m de línea, ¿cuántos decilitros de pintura utilizará para trazar 2 metros de línea?

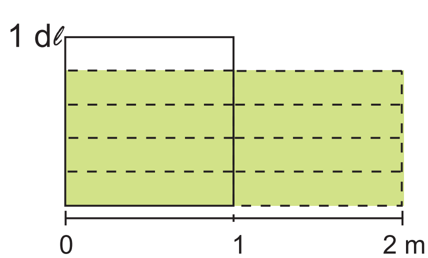




A1. Escribe el PO:

PO: $\frac{4}{5}$ x 2

A2. Encuentra el resultado consultando la gráfica.



En $\frac{4}{5}$ dℓ hay 4 veces $\frac{1}{5}$ dℓ.

Para trazar 2 m de línea, se utilizan 4 x 2 = 8 veces $\frac{1}{5}$ dℓ o sea $\frac{8}{5}$ dℓ

PO: $\frac{4}{5} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5}$

$= \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ **R: $1\frac{3}{5}$ dℓ**

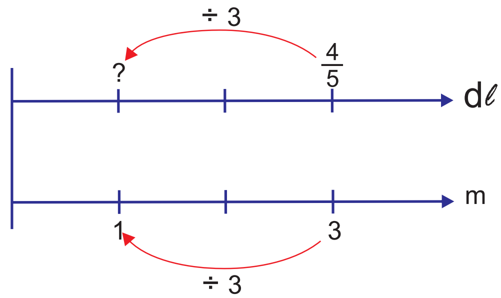
Para multiplicar una fracción por un número natural, se multiplica el numerador por el número natural y se copia el denominador.

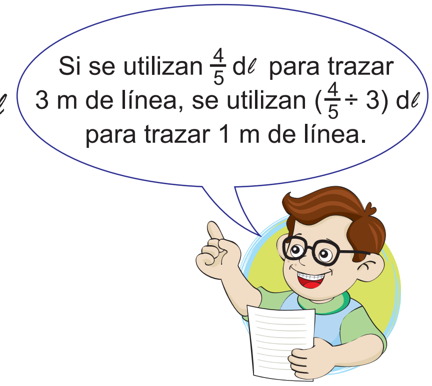
$$\frac{\triangle}{\square} \times \bigcirc = \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square}$$

1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{2}{7}$ x 3 b) $\frac{1}{5}$ x 4 c) $\frac{2}{3}$ x 4 d) $\frac{3}{8}$ x 5 e) $\frac{5}{6}$ x 7

B. Si se utilizan $\frac{4}{5}$ dℓ de pintura para trazar 3 m de línea, ¿cuántos decilitros se utilizan para trazar 1 m de línea?

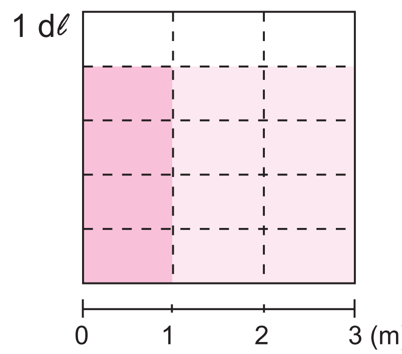




B1. Escribe el PO.

PO: $\mathbf{\frac{4}{5} \div 3}$

B2. Encuentra el resultado consultando la gráfica.



La parte coloreada representa la cantidad de pintura que se utiliza para 3 m.

La parte coloreada más oscura corresponde a la cantidad que se utiliza para 1 m.
Esta contiene 4 partes pequeñas, cada una equivale a:

$$\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15} \text{ d}\ell.$$

$$\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{5 \times 3}$$

$$= \frac{4}{15}$$

R: $\mathbf{\frac{4}{15}}$ dℓ

Para dividir una fracción entre un número natural se copia el numerador y se multiplica el denominador por el número natural.

$$\frac{\triangle}{\square} \div \bigcirc = \frac{\triangle}{\square \times \bigcirc}$$

2. Calcula en tu cuaderno.

a) $\frac{4}{5} \div 7$ b) $\frac{2}{3} \div 5$ c) $\frac{1}{4} \div 3$ d) $\frac{1}{7} \div 2$ e) $\frac{7}{8} \div 4$

Lección 2 Multipliquemos fracciones

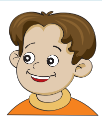
A. Si se utiliza $\frac{4}{5}$ dℓ de pintura para trazar 1 m de línea, ¿cuántos decilitros de pintura se utilizarán para trazar $\frac{2}{3}$ m de línea?

(Cantidad de pintura en 1 m) x (longitud de la línea) = (cantidad total de pintura)

PO: $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

A1. Encuentra el producto.

Piensa, utilizando lo aprendido.
Puede haber varias maneras.



Juan

○ La cantidad de pintura para $\frac{2}{3}$ m es 2 veces la cantidad para $\frac{1}{3}$ m. La cantidad para $\frac{1}{3}$ m se calcula dividiendo $\frac{4}{5}$ dℓ entre 3.

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = (\frac{4}{5} \div 3) \times 2$$
$$= \frac{4}{5 \times 3} \times 2$$
$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

Belinda

○ Convierto $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{3}$ en números naturales, multiplicando por 5 y 3 respectivamente y utilizo la propiedad de la multiplicación.

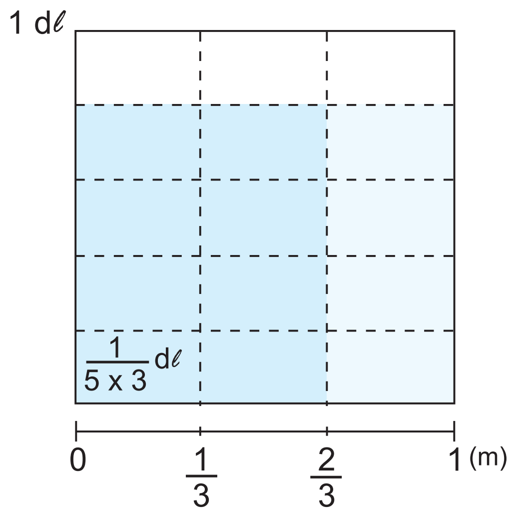
$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

x 5 　 x 3 　 x15 　 ÷ 15

$$4 \times 2 = 8$$

Maritza

- Utilizo la gráfica como hicimos con los números naturales y decimales.



$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

La parte coloreada corresponde a $\frac{4}{5}$ dℓ

La parte coloreada más oscura representa la cantidad para $\frac{2}{3}$ m y consiste en $4 \times 2 = 8$ partes pequeñas que representan $\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$

Por lo tanto la parte coloreada más oscura corresponde a $\frac{1}{5 \times 3} \times 8 =$

R: $\frac{8}{15}$ dℓ

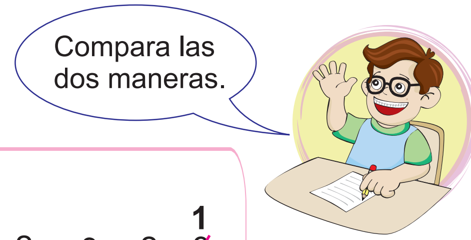
Para multiplicar fracciones, se multiplican los denominadores y los numeradores separadamente.

$$\frac{\triangle}{\square} \times \frac{\diamond}{\bigcirc} = \frac{\triangle \times \diamond}{\square \times \bigcirc}$$

1. Efectúa en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{4}$

B. Calcula: $\frac{2}{9} \times \frac{3}{5}$



Juan

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{9 \times 5} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

Belinda

$$\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times 5} = \frac{2}{15}$$

Es mejor simplificar antes de multiplicar cuando se puede.

2. Calcula en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$ b) $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$ c) $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

d) $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$ e) $\frac{10}{21} \times \frac{7}{15}$ f) $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

C. Calcula: $3 \times \frac{4}{7}$

$$3 \times \frac{4}{7} = \frac{3}{1} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{1 \times 7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

$$\longrightarrow$$

$$3 \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

Resuelve en tu cuaderno.

3. a) $2 \times \frac{2}{5}$ b) $3 \times \frac{3}{8}$ c) $5 \times \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{7} \times 3$ e) $\frac{3}{8} \times 5$

4. a) $6 \times \frac{3}{20}$ b) $3 \times \frac{5}{18}$ c) $3 \times \frac{5}{12}$ d) $\frac{3}{20} \times 5$ e) $\frac{7}{15} \times 10$

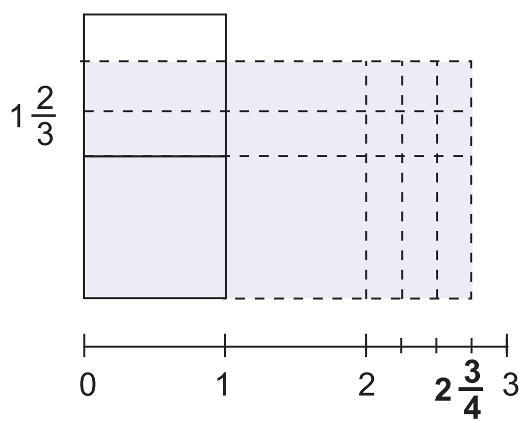
5. a) $8 \times \frac{3}{4}$ b) $9 \times \frac{2}{3}$ c) $7 \times \frac{3}{7}$ d) $\frac{2}{3} \times 6$ e) $\frac{4}{5} \times 20$

D. Calcula: $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$

$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{11}{4}$$

$$= \frac{5 \times 11}{3 \times 4}$$

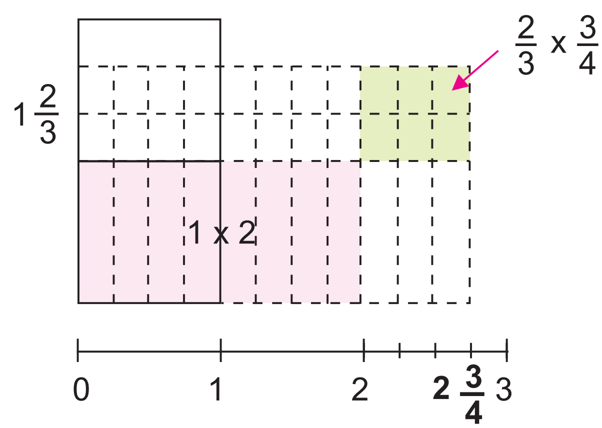
$$= \frac{55}{12} = 4\frac{7}{12}$$



$$1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} = 2 \times 1\frac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{2}{\cancel{4}}}$$

$$= 2\frac{1}{2}$$

No se puede calcular de esta forma. Así se está calculando **solamente 1 x 2 y $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$**



Se multiplican fracciones mixtas convirtiéndolas en fracciones impropias.

Resuelve en tu cuaderno.

6. a) $1\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{3}$ b) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}$ c) $1\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$

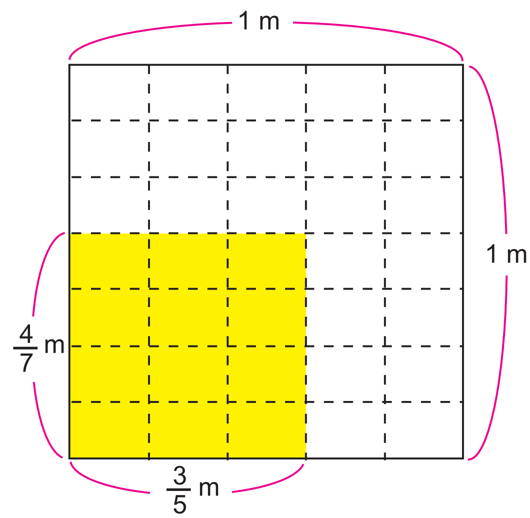
e) $2\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$ f) $2\frac{3}{7} \times 4$ g) $5 \times 2\frac{1}{4}$ h) $4\frac{2}{3} \times \frac{3}{7}$

7. a) $2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{5}$ b) $2\frac{1}{4} \times 1\frac{5}{6}$ c) $1\frac{7}{8} \times 1\frac{5}{9}$ d) $\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5}$

e) $1\frac{1}{6} \times \frac{3}{7}$ f) $2\frac{2}{5} \times 1\frac{2}{3}$ g) $6 \times 2\frac{1}{3}$ h) $1\frac{5}{12} \times 15$

E. ¿Cuánto mide el área de un rectángulo cuyo largo mide $\frac{3}{5}$ m y su ancho mide $\frac{4}{7}$ m?

E1. Piensa en la manera de encontrarla.



En el rectángulo coloreado hay

3 x 4 = 12 rectángulos pequeños

que miden $\frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{35}$ m^2 cada uno,

por lo tanto el rectángulo tiene un

área de $\frac{12}{35}$ m^2.

Si se sustituyen $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ en la fórmula:

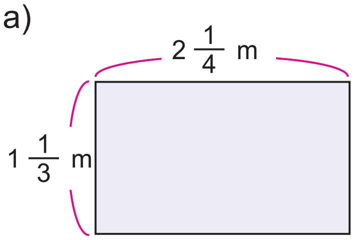
área = largo x ancho

Se obtiene $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$ (m^2), que coincide con el resultado anterior.

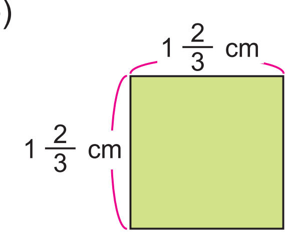
Se puede encontrar el área de un rectángulo aun cuando las medidas estén dadas en la forma de fracción.

8. Encuentra, en tu cuaderno, el área de las siguientes figuras.

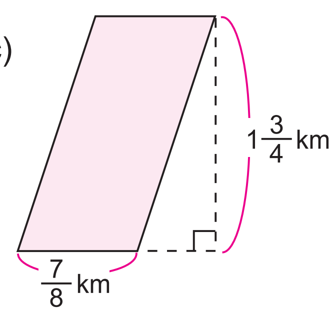
a)



b)



c)



F. Si 1 m de alambre pesa 12 g, ¿cuántos gramos pesan los alambres con las siguientes longitudes?

a) $1\frac{1}{4}$ m

$12 \times 1\frac{1}{4} = 12 \times \frac{5}{4} = 15$

R:15 g

b) 1 m

$12 \times 1 = 12$

R: 12 g

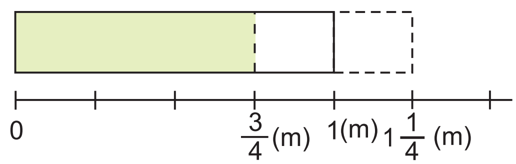
c) $\frac{3}{4}$ m

$12 \times \frac{3}{4} = 9$

R: 9 g

¿Cuál pesa menos que 12 g?

R: $\frac{3}{4}$ m de alambre pesa menos que 12 g.



Cuando el multiplicador es menor que 1, el producto es menor que el multiplicando. Si el multiplicador es mayor que 1, el producto es mayor que el multiplicando.

9. ¿Cuáles de los siguientes productos son menores que $\frac{4}{5}$?

a) $\frac{4}{5} \times \frac{10}{7}$ b) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{5} \times 2\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5} \times 1$ e) $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10}$

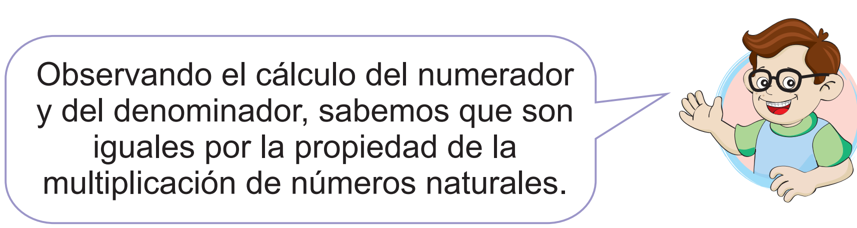
G. Compara el resultado de los dos procedimientos.

a) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

b) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$



G1. Compara el resultado de los dos procedimientos.

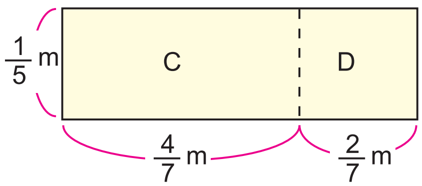
a) $\left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{2}{7}$

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{2}{7} = \frac{8}{15} \times \frac{2}{7}$$
$$= \frac{16}{105}$$

b) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}\right)$

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{2}{7}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{8}{35}$$
$$= \frac{16}{105}$$

G2. Encuentra el área del rectángulo utilizando dos maneras diferentes.



a) Calcula como la suma de dos rectángulos C y D.

PO: $\mathbf{\frac{4}{7} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{5}}$

$$\frac{4}{7} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{35} + \frac{2}{35}$$
$$= \frac{6}{35}$$

R: $\mathbf{\frac{6}{35}\ m^2}$

b) Encuentra primero el largo del rectángulo y calcula el área.

PO: $\mathbf{\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{5}}$

$$\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{1}{5}$$
$$= \frac{6}{35}$$

R: $\mathbf{\frac{6}{35}\ m^2}$

Como en los casos de los números naturales y de los números decimales, son válidas las siguientes propiedades:

□ x ○ = ○ x □

(□ x ○) x △ = □ x (○ x △)

(□ + ○) x △ = □ x △ + ○ x △

□ x (○ + △) = □ x ○ + □ x △

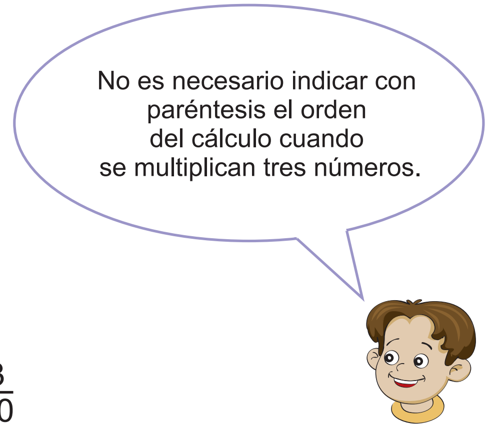
El número 1 tiene la característica de no cambiar el producto.

Ejemplo: $\frac{4}{5} \times 1 = 1 \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

10. Calcula aplicando las propiedades anteriores.

a) $\frac{7}{8} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{3}$ b) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{3}$

c) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{7}$ d) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{7}$



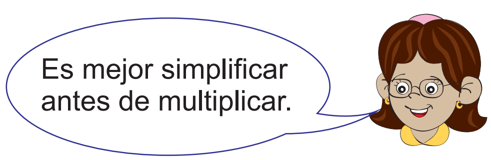
H. Compara dos formas de calcular: $\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{10}$

Ada: $\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{\overset{\overset{2}{\cancel{6}}}{6\cancel{0}}}{\underset{\underset{21}{\cancel{63}}}{63\cancel{0}}}$

$= \frac{2}{21}$

Moisés: $\frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \times 7 \times \underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{10}}}$

$= \frac{2}{21}$



Calcula en tu cuaderno:

11. a) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{14}$ b) $3\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{5} \times \frac{7}{10}$ c) $\frac{9}{10} \times 8 \times 4\frac{1}{6}$ d) $2\frac{1}{4} \times \frac{1}{15} \times 10$

12. a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ b) $\frac{4}{7} \times \frac{5}{6}$ c) $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$ d) $\frac{9}{16} \times \frac{4}{15}$

e) $2\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{5}$ f) $\frac{6}{7} \times 1\frac{5}{9}$ g) $2\frac{1}{10} \times 4\frac{1}{6}$ h) $3 \times 1\frac{5}{9}$

i) $3\frac{3}{4} \times 1\frac{3}{5}$ j) $3\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} \times 1\frac{1}{5}$ k) $2\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times 1\frac{2}{3}$ l) $\frac{4}{7} \times \frac{2}{3} + 1\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$

Lección 3 | Dividamos fracciones

A. Si se utiliza $\frac{2}{5}$ dℓ de pintura para pintar $\frac{3}{4}$ m de línea, ¿cuántos decilitros de pintura se utilizarán para trazar 1 m de línea?

(Cantidad de pintura) ÷ (longitud de la línea) = (Cantidad de pintura para 1 m de línea)

A1. Escriba el PO.

PO: $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$

A2. Pensar en la forma del cálculo.

Tal y como hiciste en el caso de la multiplicación, piensa utilizando lo aprendido. Si no se te ocurre ninguna idea, puedes consultar las siguientes.

Armando

Primero encontraré la cantidad de pintura para $\frac{1}{4}$ m, y luego calcularé la cantidad para 1 m.

Ángela

Convierto $\frac{3}{4}$ en 3 multiplicando por 4 y utilizo la propiedad de la división.

Roberto

Utilizo la gráfica.

Armando

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \div 3 \times 4$$
$$= \frac{2}{5 \times 3} \times 4$$
$$= \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

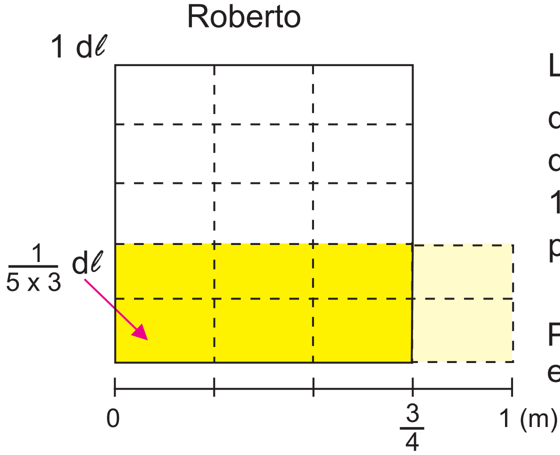
Ángela

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \boxed{?}$$

x 4 ↓ x 4 ↓ ↕ Igual

$$\frac{2 \times 4}{5} \div 3 = \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$
$$= \frac{8}{15}$$

Roberto



La parte coloreada más oscura representa $\frac{2}{5}$ dℓ de pintura y la parte coloreada arriba del segmento de 0 a 1 m representa la cantidad de pintura para 1 m, o sea el cociente, y consiste en 2 x 4 partes pequeñas que representa $\frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$ dℓ.

Por lo tanto el área que corresponde a 1m es: $\frac{1}{5 \times 3} \times \frac{4 \times 2}{1} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$

PO: $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$
$= \frac{8}{15}$

R: $\frac{8}{15}$ **dℓ**

Para dividir fracciones, se intercambian el numerador y el denominador del divisor y se multiplican las fracciones.

$$\frac{\triangle}{\square} \div \frac{\diamond}{\bigcirc} = \frac{\triangle}{\square} \times \frac{\bigcirc}{\diamond}$$
$$= \frac{\triangle \times \bigcirc}{\square \times \diamond}$$

1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{2}{7} \div \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{7} \div \frac{4}{5}$ d) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$

B. Calcula: $\frac{4}{5} \div \frac{2}{7}$

Carmen $\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2}$

$$= \frac{4 \times 7}{5 \times 2}$$

$$= \frac{28}{10}$$

$$= \frac{14}{5}$$

$$= 2\frac{4}{5}$$

Oswaldo $\frac{4}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{2}$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times 7}{5 \times \underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$= \frac{14}{5}$$

$$= 2\frac{4}{5}$$

2. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{8} \div \frac{7}{10}$ b) $\frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$ c) $\frac{8}{15} \div \frac{14}{45}$ d) $\frac{4}{9} \div \frac{5}{6}$ e) $\frac{3}{5} \div \frac{9}{25}$

C. Calcula: $5 \div \frac{3}{8}$

$5 \div \frac{3}{8} = \frac{5}{1} \div \frac{3}{8}$

$$= \frac{5}{1} \times \frac{8}{3}$$

$$= \frac{5 \times 8}{1 \times 3}$$

$$= \frac{40}{3}$$

$$= 13\frac{1}{3}$$

$5 \div \frac{3}{8} = 5 \times \frac{8}{3}$

$$= \frac{5 \times 8}{3}$$

$$= \frac{40}{3}$$

$$= 13\frac{1}{3}$$

Calcula en tu cuaderno:

3. a) $4 \div \frac{3}{5}$ b) $7 \div \frac{5}{6}$ c) $1 \div \frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{5} \div 2$ e) $\frac{3}{8} \div 3$

4. a) $6 \div \frac{8}{9}$ b) $9 \div \frac{12}{17}$ c) $8 \div \frac{6}{7}$ d) $\frac{6}{7} \div 3$ e) $\frac{14}{15} \div 7$

5. a) $12 \div \frac{6}{7}$ b) $18 \div \frac{9}{10}$ c) $10 \div \frac{5}{6}$ d) $20 \div \frac{10}{13}$ e) $21 \div \frac{7}{9}$

D. Calcula: $1\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{3}$

$$1\frac{3}{5} \div 2\frac{1}{3} = \frac{8}{5} \div \frac{7}{3} = \frac{8}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{24}{35}$$

La división de fracciones mixtas se calcula después de convertirlas en fracciones impropias, como en el caso de la multiplicación.

6. a) $1\frac{2}{7} \div 1\frac{3}{5}$ b) $2\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{3}$ c) $2\frac{1}{3} \div 2\frac{2}{5}$ d) $2\frac{1}{7} \div 2\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{7} \div 2\frac{4}{5}$ f) $1\frac{1}{3} \div \frac{5}{11}$ g) $13 \div 2\frac{1}{3}$ h) $6\frac{1}{5} \div 4$

7. a) $1\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{6}$ b) $3\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{7}$ c) $1\frac{1}{5} \div 1\frac{7}{15}$ d) $\frac{3}{8} \div 2\frac{1}{4}$

e) $1\frac{11}{14} \div \frac{5}{7}$ f) $6 \div 1\frac{4}{5}$ g) $2\frac{2}{3} \div 6$ h) $3\frac{1}{5} \div \frac{8}{15}$

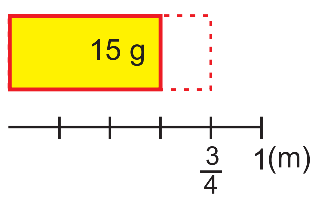
E. Hay dos alambres. Cada uno pesa 15 g. El alambre A mide $1\frac{1}{4}$ m de longitud y el B $\frac{3}{4}$ m. ¿Cuántos gramos pesa 1 m de cada uno de estos alambres?

Alambre A:
PO: $15 \div 1\frac{1}{4} = 12$ R: 12g

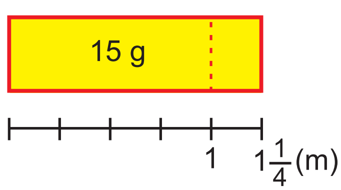
Alambre B:
PO: $15 \div \frac{3}{4} = 20$ R: 20g

E1. ¿En cuál de las divisiones anteriores el cociente es mayor que el dividendo?

PO: $15 \div \frac{3}{4}$



PO: $15 \div 1\frac{1}{4}$



Piensa la razón usando la gráfica de la izquierda.

En la división de fracciones, como en el caso de la división de números decimales, el cociente es mayor que el dividendo cuando el divisor es menor que 1. El cociente es menor que el dividendo cuando el divisor es mayor que 1.

8. ¿En cuál de las divisiones, el cociente es mayor que 20?

a) $20 \div 2\frac{1}{3}$ b) $20 \div \frac{2}{3}$ c) $20 \div \frac{10}{3}$ d) $20 \div \frac{5}{6}$

Lección 4 Calculemos con fracciones y números decimales

A. Roberto y Alejo quieren saber cuánto recorrerán, si primero recorren $\frac{1}{4}$ km y luego recorren 0.2 km. ¿Cuántos kilómetros recorren por todo?

A1. Escribe el PO: **PO: $\frac{1}{4}$ + 0.2**

A2. Piensa cómo resolverlo.

Ramón

$0.2 = \frac{1}{5}$ por lo tanto

PO: $\frac{1}{4} + 0.2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

$= \frac{5 + 4}{20} = \frac{9}{20}$

R: $\frac{9}{20}$ km

Paola

$\frac{1}{4}$ + 0.25 por lo tanto

PO: $\frac{1}{4} + 0.2 = 0.25 + 0.2$

$= 0.45$

R: 0.45 km

B. Si ellos recorren 0.7 km primero, y luego $\frac{1}{3}$ km, ¿cuántos km recorrerán?

B1. Escribe el PO. **PO: 0.7 + $\frac{1}{3}$**

B2. Piensa cómo resolver.

Roberto

$\frac{1}{3}$ = 0.333... por lo tanto,

PO: 0.7 + 0.333... = 1.033...

Marta

$0.7 = \frac{7}{10}$ por lo tanto,

PO: $\frac{7}{10} + \frac{1}{3}$

$\frac{7}{10} + \frac{1}{3} = \frac{21 + 10}{30}$

$= \frac{31}{30}$

$= 1\frac{1}{30}$

Hay fracciones que no se pueden representar en números decimales. En este caso los números decimales se convierten en fracciones, para hacer el cálculo.

1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{10}$ + 0.7 b) $\frac{2}{5}$ + 0.6 c) $\frac{1}{2}$ - 0.25 d) 0.75 + $2\frac{1}{4}$

e) 0.3 + $\frac{2}{3}$ f) $\frac{6}{7}$ - 0.5 g) $\frac{4}{9}$ + 2.5 h) 3.2 - $1\frac{1}{3}$

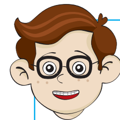
C. Encuentra el resultado de $\frac{3}{4} \times 0.8$

Lorena

$\frac{3}{4} = 0.75$ por lo tanto

$\frac{3}{4} \times 0.8 = 0.75 \times 0.8$

$= 0.6$



Mario

$0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ por lo tanto

$\frac{3}{4} \times 0.8 = \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{5}$

$= \frac{3}{5}$

C1. Calcula $0.9 \div \frac{3}{4}$

$0.9 = \frac{9}{10}$ por lo tanto

$0.9 \div \frac{3}{4} = \frac{9}{10} \div \frac{3}{4}$

$= \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$

$= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

$\frac{3}{4} = 0.75$ por lo tanto

$0.9 \div \frac{3}{4} = 0.9 \div 0.75$

Multiplicamos por 100 los dos números para eliminar los decimales del divisor.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 75 \\ \cline{2-2} \underline{75} & 1.2 \\ 150 & \\ \underline{150} & \\ 0 & \end{array}$$

2. Resuelve en tu cuaderno.

a) $0.2 \times \frac{5}{8}$

b) $\frac{4}{5} \times 0.25$

d) $\frac{3}{5} \div 1.5$

e) $3\frac{1}{3} \times 1.7$

g) $0.4 \div 2\frac{2}{3}$

h) $2\frac{4}{5} \div 0.07$

Sabías que...

Hay fracciones en las que al dividir el numerador entre el denominador para convertirlas en números decimales el cociente se repite.

como $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{9}$.

$1 \div 3 = 0.333...$

$1 \div 9 = 0.111...$

A estos decimales se les llama **decimales periódicos** y a la parte que se repite **período**.

Encuentra más fracciones que son decimales periódicos.

Lección 5 | Combinemos operaciones

A. Encuentra el resultado de $\frac{4}{15} \times 3 \div \frac{4}{5}$

Luis

$$\frac{4}{15} \times 3 \div \frac{4}{5} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} \div \frac{4}{5}$$

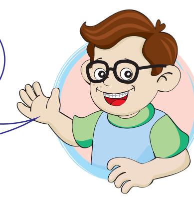
$$= \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$$

Miguel

$$\frac{4}{15} \times 3 \div \frac{4}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{5}{\cancel{15}}}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{1} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

$$= 1$$

Miguel lo resuelve más fácil simplificando en el proceso.



1. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{6} \times 2 \div \frac{1}{3}$

c) $2\frac{1}{2} \div 3 \times 1\frac{1}{5}$

d) $4\frac{2}{5} \times \frac{1}{11} \div 5$

e) $2\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{4}$

f) $1\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}$

B. Calcula: $\frac{4}{5} \div \frac{14}{3} \times 5 \div \frac{6}{7}$

$$\frac{4}{5} \div \frac{14}{3} \times 5 \div \frac{6}{7} \quad = \frac{\overset{1}{\cancel{\overset{2}{\cancel{4}}}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{7}{\cancel{14}}}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{1}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{2}{\cancel{6}}}}} = 1$$

Un planteamiento con multiplicación y división se puede convertir en un planteamiento únicamente con multiplicación.

2. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6} \times 2$

b) $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times 1\frac{7}{8} \div \frac{1}{8}$

c) $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7} \div \frac{5}{7}$

d) $5 \div 2\frac{2}{9} \div 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$

e) $5 \times 0.1 \div \frac{1}{5} \times 2$

f) $2 \div \frac{1}{2} \times 4 \div 0.2$

g) $1.8 \times 1\frac{1}{2} \times 4 \div 9$

h) $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} \times 1.2 \div 3.5$

i) $3.2 \div \frac{3}{5} \times 1.2 \times 2.5$

C1. Encuentra el resultado de $4 + \frac{1}{5} \times 3$ y $7 - \frac{1}{3} \times 6$

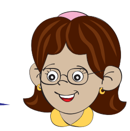
Raquel:

$$4 + \frac{1}{5} \times 3 = 4 + \frac{1 \times 3}{5}$$
$$= 4 + \frac{3}{5}$$
$$= 4\frac{3}{5}$$

Cindy:

$$7 - \frac{1}{3} \times 6 = 7 - \frac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{3}_{\,1}}$$
$$= 7 - 2$$
$$= 5$$

Primero se realiza la multiplicación y después se suma o se resta.



3. Resuelve en tu cuaderno.

a) $8 + \frac{2}{3} \times 3$

b) $12 - \frac{1}{2} \times 4$

c) $15 - 1\frac{1}{5} \times 10$

d) $9 - 2\frac{2}{5} \div \frac{3}{10}$

e) $7 \div 2\frac{1}{2} + 2$

f) $9\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

C2. Encuentra el resultado de $\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \div \left(\frac{3}{12} - \frac{2}{12}\right) \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{1}{\cancel{4}_{\,1}} \times \cancel{12}^{\,\cancel{3}^{\,1}} \times \frac{1}{\cancel{3}_{\,1}}$$
$$= 1$$

Primero se calcula la operación dentro del paréntesis.

4. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\frac{5}{9} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \times 3\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c) $0.7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d) $2.5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0.4$

e) $\left(0.75 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{2}{7} \times 1.5$

f) $\frac{5}{6} \div 0.3 \times \left(\frac{3}{4} + 1.5\right)$

C3. Resuelve: $\left(1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right)$

$$\left(1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{6} \div \frac{11}{24}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{6}}} \times \frac{\overset{4}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{11}}}$$

$$= 4$$

5. Resuelve en tu cuaderno.

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{2}{5}\right)$

b) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right)$

c) $\left(1\frac{3}{7} + 2\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3}\right)$

d) $\left(3 - \frac{5}{6}\right) \div \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}\right)$

e) $\left(3 - \frac{3}{5}\right) \times \left(4.5 - \frac{3}{4}\right)$

f) $\left(0.5 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1\frac{7}{8} - 1.25\right)$

Ejercicios

Calcula en tu cuaderno.

1. a) $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$ b) $1\frac{1}{8} \times \frac{4}{15}$ c) $3\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{6}$ d) $7\frac{1}{2} \times 6 \times 1\frac{3}{5}$

2. a) $\frac{6}{7} \div 3$ b) $\frac{3}{7} \div \frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$ d) $1\frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$ e) $1\frac{7}{9} \div 1\frac{1}{3}$

3. a) $1\frac{7}{8} \div 1\frac{1}{13} \div \frac{5}{16}$ b) $7\frac{1}{2} \times 8\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{24}$ c) $2\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} \times \frac{3}{5}$

Ejercicios

4. Resuelve en tu cuaderno.

a) Si 1 ℓ de jugo pesa $1\frac{1}{12}$ kg, ¿cuánto pesan $5\frac{1}{7}$ ℓ de ese jugo?

b) Si un vehículo gastó $2\frac{1}{2}$ ℓ de combustible para recorrer $31\frac{1}{4}$ km, ¿cuántos litros de combustible gastó para recorrer 1 km?

c) Se regaron $3\frac{9}{14}$ ℓ de agua en $2\frac{19}{28}$ m^2 de arriate. ¿Cuántos litros de agua se regaron en 1 m^2?

d) Para pintar 1 m^2 de pared se necesitan $1\frac{1}{4}$ ℓ de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se necesitarán para pintar $5\frac{3}{7}$ m^2 de pared?

e) Hay una varita de hierro que mide $\frac{7}{8}$ m y pesa $1\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuántos kilogramos pesa 1 m de esta varita?

5. Calcula en tu cuaderno.

a) $\left(\frac{5}{9} \div \frac{19}{27}\right) - \frac{2}{3}$

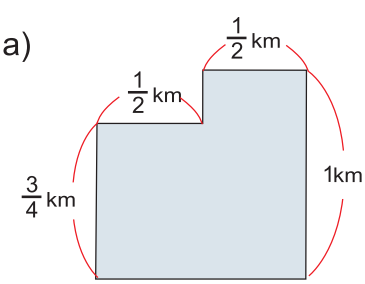
b) $\left(1 + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6}\right) \times \frac{2}{3} \div 14$

c) $\left(\frac{1}{2} + 0.3\right) \times 0.6$

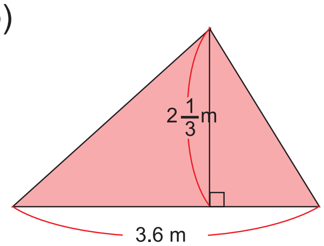
d) $\frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{2} - 0.4\right) \div \frac{1}{3}$

6. Encuentra el área o volumen, en tu cuaderno.

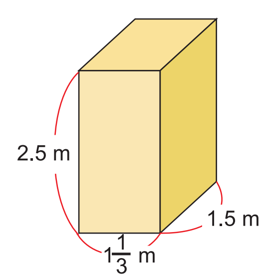
a)



b)



c)

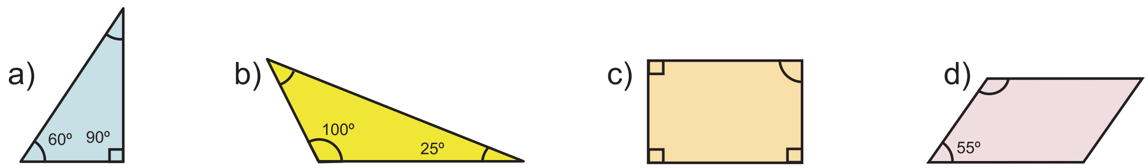


Unidad 2

Tracemos figuras

Recordemos

Resuelve en tu cuaderno.
1. ¿Cuál es la medida de los ángulos que hacen falta?



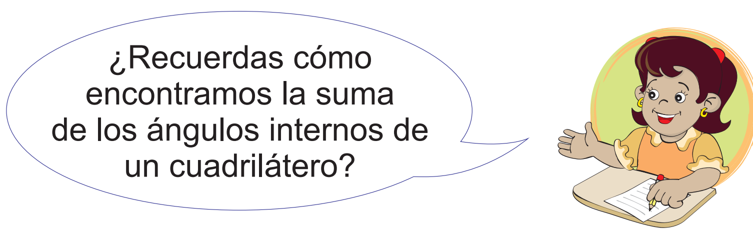
2. ¿Cuánto miden en total los ángulos internos de cualquier triángulo?

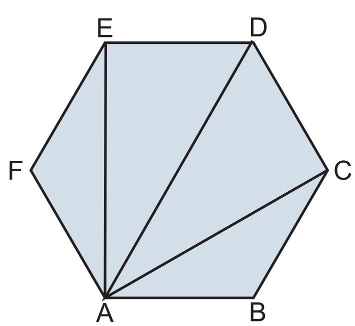
3. ¿Cuánto miden en total los ángulos internos de cualquier cuadrilátero?

Lección 1 | Sumemos ángulos internos de polígonos regulares

A. Rossana hizo un mantel individual con forma de hexágono regular. Ella desea saber cuántos grados miden en total los 6 ángulos internos que tiene su mantel.

A1. ¿Cómo se puede averiguar la suma de los ángulos internos de un hexágono?





A2. Traza diagonales que parten de un mismo vértice.

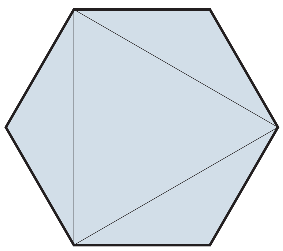
¿Cuántos triángulos se forman?

¿Cuántos grados miden los ángulos internos de uno de estos triángulos?

A2. ¿De qué otra forma puedes trazar diagonales para dividir el hexágono en triángulos?

R: Partiendo de diferentes vértices.

¿Cuántos triángulos se forman?



A3. Calcula en tu cuaderno la suma de los ángulos internos de los 4 triángulos.

PO: 180 x 4 = 720 **R: 720°**

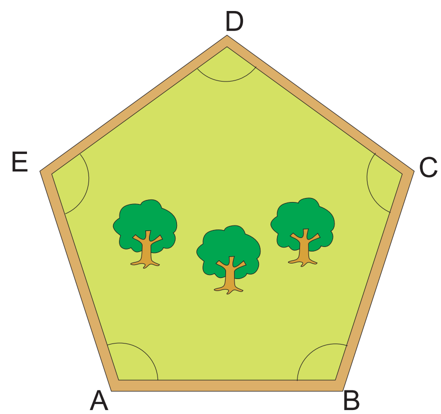
A4. ¿Cuánto mide cada uno de los 6 ángulos internos del hexágono?

PO: 720 ÷ 6 = 120 **R: 120°**

A5. Comprueba estos resultados midiendo los ángulos con transportador.

La suma de los ángulos internos de un polígono es igual a la suma de los ángulos internos de los triángulos que se forman al trazar diagonales que no se cortan.

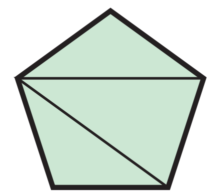
B. Eduardo tiene un jardín en forma de pentágono regular. Desea saber cuánto mide el total de los cinco ángulos internos y cuánto mide cada ángulo.



B1. Piensa cómo se encuentra el total de los cinco ángulos.

Trazando las diagonales, se pueden formar 3 triángulos.

PO: 180 x 3 = 540 R: 540º



En los hexágonos se forman 4 triángulos, y en los pentágonos 3 triángulos, cuando se trazan diagonales que parten del mismo vértice.

Entonces, el número de triángulos se encuentra restando 2 al número de lados

La suma de ángulos internos de un polígono se encuentra utilizando la fórmula:

180 grados x (números de lados - 2)

En el hexágono: 180 x (6 - 2) = 180 x 4 = 720 **R = 720°**

En el pentágono: 180 x (5 - 2) = 180 x 3 = 540 **R = 540°**

B2. ¿Cuánto mide cada uno de los cinco ángulos internos?

PO: 540 ÷ 5 = 108 **R: 108º**

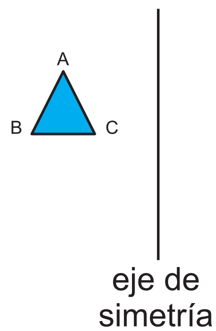
1. Resuelve en tu cuaderno.

Dieguito construyó en octubre un “papalote volador” con forma de octágono regular para elevarlo en vacaciones. ¿Cuántos grados mide cada uno de sus 8 ángulos internos?, ¿cuántos grados suman los 8 ángulos internos?

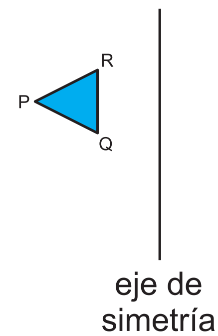
Recordemos

1. Dibuja en tu cuaderno.

a)



b)



2. Haz en tu cuaderno una figura simétrica con respecto al eje de simetría.
3. Ponle las letras correspondientes a esas figuras dibujadas.

Lección 2 Utilicemos la simetría para trasladar figuras

A. Marcelo pintó con tinta un triángulo en la parte izquierda de una hoja de papel. Enseguida dobló la hoja de papel en dos partes iguales, y ocurrió que por no haberse secado bien la tinta, se formó otro triángulo en la parte derecha de la hoja.

A1. ¿Cómo son esos triángulos?

R: Simétricos.

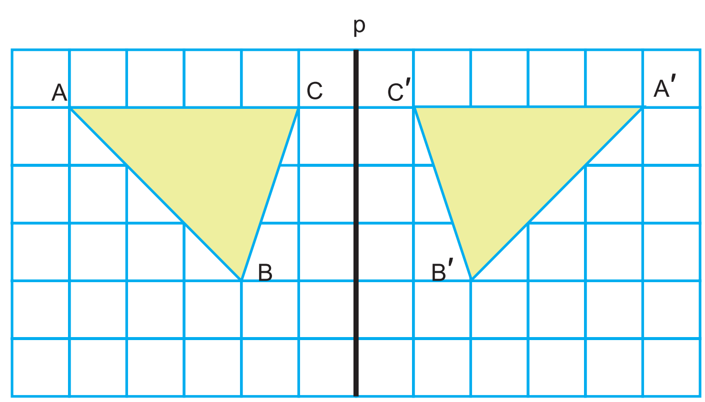
A2. Escribe la respuesta en tu cuaderno.

a) ¿Cuál será el eje de simetría?

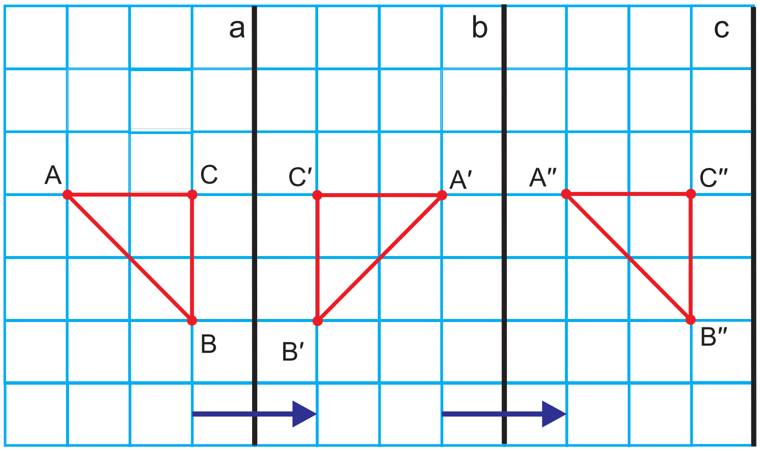
b) ¿Por qué estos triángulos son simétricos?

c) ¿Por qué A y A′ son “correspondientes”?

El triángulo C′ B′ A′ es el transformado de ABC, mediante la simetría de eje “p”.



B. Observa.



B1. Contesta.

a) ¿Cuántas simétrias observas?

b) ¿Qué letras nombran a los ejes de simetria?

B2. Contesta.

a) ¿Son simétricos los triángulos A B C y A′ B′ C′ con respecto al eje “a”? ¿Por qué?

b) ¿Son simétricos los triángulos A′ B′ C′ y A″ B″ C″ con respecto al eje “b”? ¿Por qué?

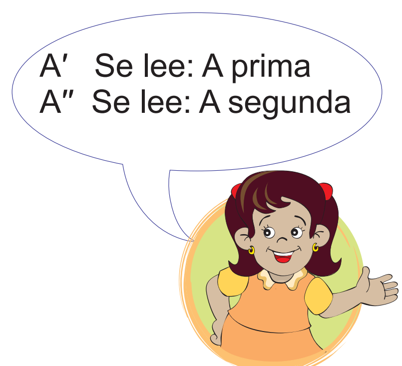
c) ¿Son simétricos los triángulos ABC y A″ B″ C″ ¿Por qué?

d) ¿Son paralelos el eje “a” y el eje “b”? ¿Por qué?

Se observa que el triángulo A B C se traslada a A″ B″ C″. Es decir se movió en una sola dirección, sin girar.

En la primera simetría, los vértices del triángulo A B C se convirtieron en A′ B′ C′; y en la segunda en A″ B″ C″, que tienen la misma posición.

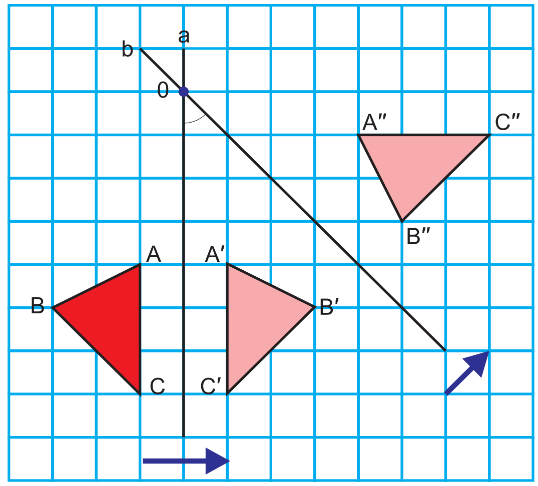
Cuando esto sucede, se dice que se ha dado una traslación de la figura.



Cuando se realizan dos simetrías consecutivas con ejes paralelos, se tiene un movimiento de **traslación.**

1. Traza en tu cuaderno dos simetrías consecutivas de un rectángulo con ejes de simetría paralelos.

C. Observa dos simetrías.



C1. Comenta.

a) ¿Qué diferencias observas entre los ejes de esta simetría y los ejes de la simetría de la página anterior?

b) ¿En qué punto se cruzan estos ejes?

c) ¿La simetría del eje "b", siguió la misma dirección que la simetría del eje "a"?

Se observa que ABC se desplazó y cambió de dirección convirtiéndose en A″ B″ C″.

C2. Escribe la respuesta en tu cuaderno.

a) ¿Qué letras representan los ejes que se cortan?

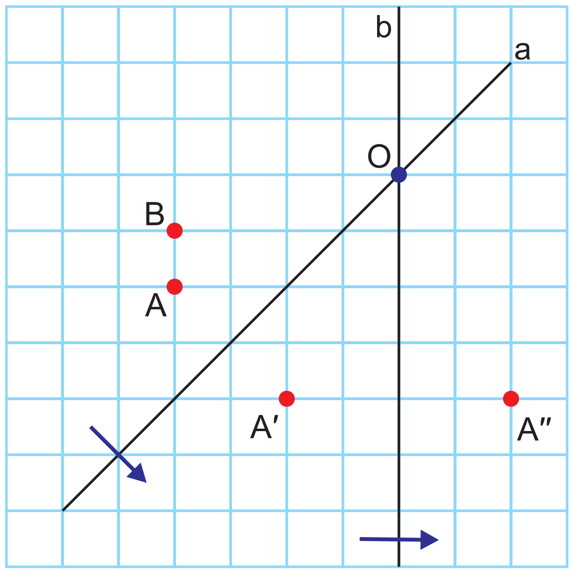
b) ¿Es simétrico el triángulo A″ B″ C″ con A′ B′ C′ respecto al eje "a"?
¿Por qué?

c) ¿Es simétrico el triángulo A″ B″ C″ con A′ B′ C′ respecto al eje "b"?
¿Por qué?

Cuando se realizan dos simetrías consecutivas con ejes que se cruzan se ha realizado un movimiento que se denomina **giro**.

2. Traza dos simetrías consecutivas de un cuadrado con ejes que se cortan (giro).

D. Vamos a aplicar la simetría al movimiento de puntos con respecto a dos ejes que se cortan.



D1. Observa la figura y responde.

a) ¿Qué punto es simétrico a A, con respecto al eje "a"?

b) ¿Qué punto es simétrico a A″ con respecto al eje "b"?

Este es un giro de puntos que se mueven simétricamente a ejes que se cruzan.

Los puntos A, A′ y A″ están a la misma distancia del punto O, cuando se trasladan o giran.

D2. Comprueba que las distancias son iguales utilizando el compás.

3. Termina en tu cuaderno el giro del punto B.

a) Encuentra B′, que es el punto simétrico de B, con respecto al eje "a".

b) Encuentra el punto B″, que es el punto simétrico de B′, con respecto al eje "b".

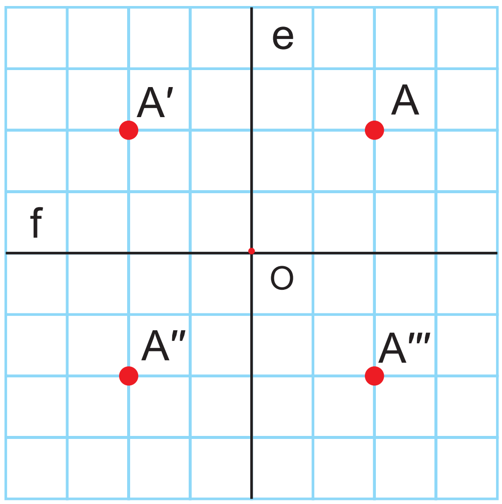
c) Comprueba con el compás si B, B′ y B″, están a la misma distancia de O.

4. Trabaja en tu cuaderno.

Haz el giro de un triángulo con respecto a ejes que se cortan.

¡Intentémoslo!

1. Dibuja en tu cuaderno dos ejes “e” y “f” que se cortan formando ángulos de 90º, y un punto A.



Responde o comenta:

a) ¿Cuál es el punto simétrico de A, con respecto a “e”?

b) ¿Cuál es el punto simétrico de A′ respecto al eje “f”?

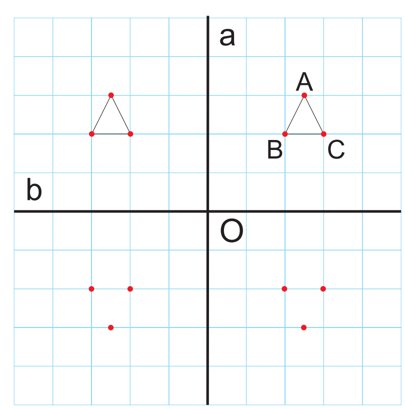
c) ¿Los puntos A, O, y el punto simétrico a A′ con respecto a “f”, están en línea recta?

d) Usa compás, haz centro en O, y con la distancia de OA, traza una circunferencia.

e) ¿Qué observas?

El producto de estas dos simetrías consecutivas de ejes perpendiculares que se cruzan es un giro de 180º. Esta simetría se llama simetría central.

2. Aplica sucesivamente al triángulo A B C, dos simetrías de ejes “a” y “b”. Trabaja en tu cuaderno.



a) ¿Qué triángulo es simétrico al triángulo ABC, con respecto al eje “a”?

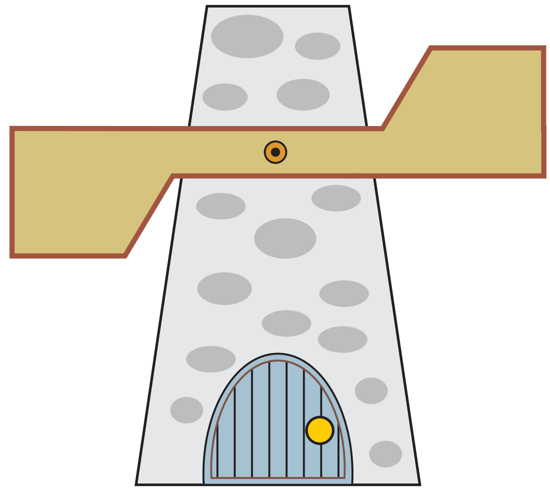
b) ¿Qué triángulo es simétrico a A′ B′ C′, con respecto al eje “b”?

c) ¿Qué otro triángulo es simétrico a A″ B″ C″ con respecto al eje “a”?

d) ¿Los cuatro triángulos están a la misma distancia de O?

Lección 3 Construyamos figuras que tienen simetría rotacional

A. En un libro de cuentos, Yésica vio un molino de viento como el del dibujo de la derecha.



A1. Observa la figura de la hélice y comenta cómo es.

A2. Calca en una hoja de papel la figura de la hélice y recórtala. Confirma, si la figura tiene simetría con respecto a un punto doblándola por la mitad.

Esta hélice no tiene simetría reflexiva porque las dos partes no se sobreponen exactamente cuando se dobla por la mitad. La forma de la mitad derecha es igual a la de la izquierda, pero el sentido de cada paleta es diferente.

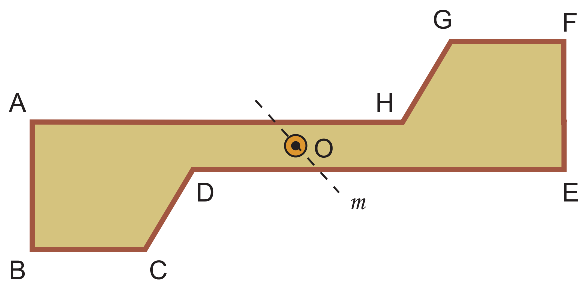
A3. Coloca la figura recortada encima de la hélice del dibujo. Empieza a moverla e investiga cómo se pueden sobreponer las dos partes.

Las dos mitades de esta figura se sobreponen exactamente al dar un giro (o rotación) de 180º alrededor de un punto.

En este caso, se dice que la figura es **simétrica con respecto a un punto**. Este punto central fijo se llama **centro de simetría**.

Si la mitad de una figura es simétrica a la otra mitad con respecto a un punto, esa figura tiene **simetría rotacional**.

B. Vamos a investigar sobre una figura que tiene simetría rotacional.



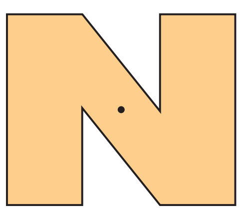
B1. Encuentra qué vértice, lado o ángulo se sobrepone al girar la figura 180º con el punto O como centro de giro.

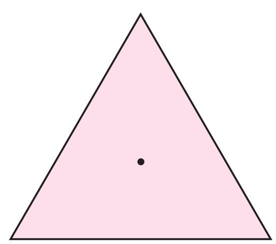
a) vértice A
b) lado BC
c) ángulo CDE

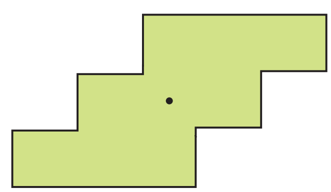
R: El vértice A se sobrepone al E, el lado BC al FG y el ángulo CDE al GHA.

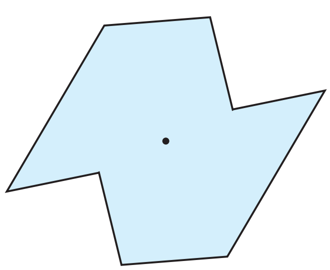
Los vértices que se sobreponen al dar un giro de 180º con respecto a un centro de simetría se llaman **vértices correspondientes**. Así mismo, los lados y los ángulos que se sobreponen se llaman **lados correspondientes** y **ángulos correspondientes**, respectivamente.

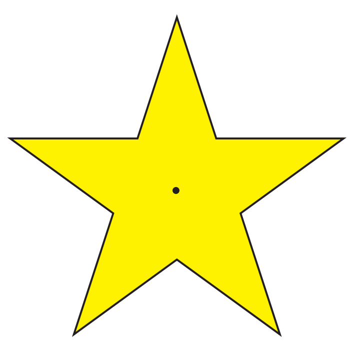
1. Identifica las figuras que tienen simetría rotacional, calcándolas en un papel.

a) 

b) 

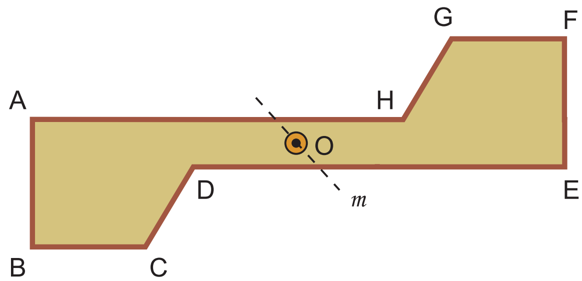
c) 

d) 

e) 

2. Encuentra en tu entorno, objetos que tienen figuras con simetría rotacional.

B2. Vamos a investigar sobre las características de una figura que tiene simetría rotacional, trazando segmentos que unan dos puntos correspondientes.

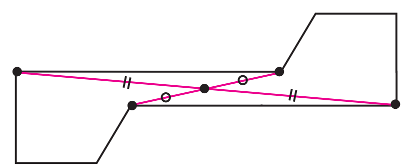


a) ¿En que punto se cortan los segmentos?

b) ¿Como es la distancia entre los puntos correspondientes y el centro de simetría?

La figura que tiene simetría rotacional tiene las características siguientes:

- Los segmentos que unen dos puntos correspondientes pasan por el centro de simetría.
- La distancia (longitud) entre el centro de simetría y cada uno de los dos puntos correspondientes es igual.

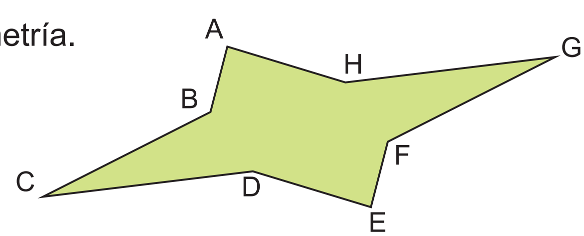


B3. Mide la longitud de los lados correspondientes y la abertura de los ángulos correspondientes.

En una figura que tiene simetría rotacional, las medidas de los lados correspondientes son iguales y las medidas de los ángulos correspondientes también son iguales.

3. Trabaja en tu cuaderno.

a) Di cómo se puede encontrar el centro de simetría.



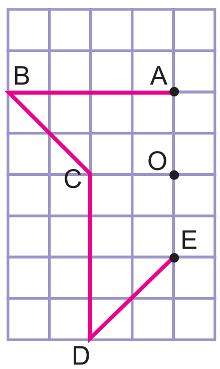
b) Calca la figura y encuentra el centro de simetría O.

c) ¿Cuál es el segmento que tiene la misma longitud que el segmento OB?

d) ¿Cuál es el segmento que tiene la misma longitud que el segmento OC?

C. Vamos a dibujar figuras que tienen simetría rotacional.

C1. Dibuja en papel cuadrículado una figura que tenga simetría rotacional.

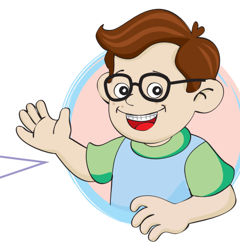


a) Copia en la cuadrícula los lados AB, BC, CD, DE y el centro de simetría O.

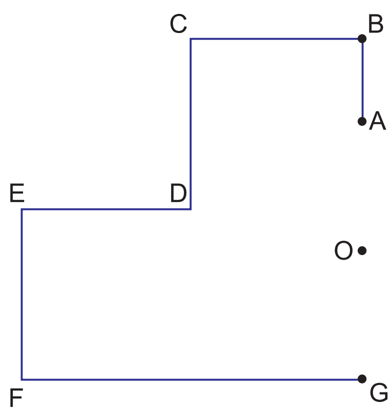
b) Completa la figura dibujando la otra mitad simétrica a la presentada con respecto al centro O.

c) Averigua con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si la figura completa tiene simetría rotacional.

Es más fácil ubicar primero los puntos correspondientes y luego unirlos en orden. En esta figura el punto A es correspondiente al punto E.



C2. Dibuja en tu cuaderno una figura que tenga simetría rotacional.



a) Copia los lados AB, BC, CD, DE, EF, FG y el centro de simetría O.

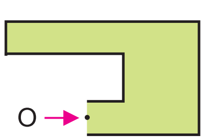
b) Completa la figura dibujando la otra mitad simétrica a la presentada con respecto al centro O.

Mide bien la distancia entre cada punto y el centro de simetría O.

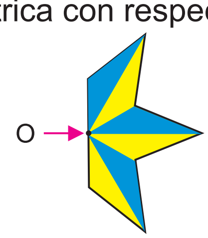
c) Averigua con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si la figura completa tiene simetría rotacional.

4. Completa cada figura dibujando la otra mitad simétrica con respecto al centro de simetría.

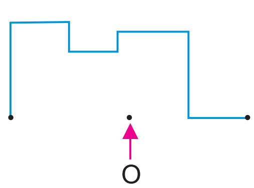
a)



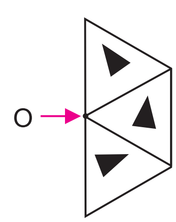
b)



c)

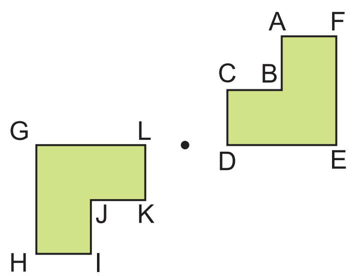


d)



Lección 4 | Construyamos figuras que tienen simetría rotacional entre sí

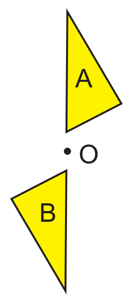
A. En la pared de la casa de Luis hay decoración con mosaicos.



A1. Observa los dos mosaicos de la izquierda e investiga la relación de la posición de las dos figuras de los mosaicos.

a) ¿Las figuras de los mosaicos son iguales?

b) ¿Cuándo se sobrepone una a la otra?



Las figuras A y B se sobreponen exactamente cuando se da un giro de 180º alrededor del punto O.

En este caso, se dice que las dos figuras son **simétricas con respecto al punto O**, que se llama **centro de simetría**.

Si B es la figura simétrica de A con respecto al centro O, estas figuras tienen **simetría rotacional entre sí**.

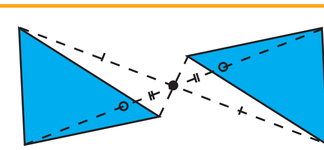
A2. Averigua utilizando el dibujo de los mosaicos, si las características de las figuras que tienen simetría rotacional son válidas en el caso de dos figuras que tienen simetría rotacional entre sí.

a) Encuentra los puntos correspondientes entre las dos figuras.

b) Investiga si los segmentos que unen los puntos correspondientes pasan por el centro de simetría.

c) Investiga si la distancia entre el centro de simetría y cada uno de dos puntos correspondientes, es igual.

Las características de las figuras que tienen simetría rotacional son válidas en el caso de dos figuras que tienen simetría rotacional entre sí.

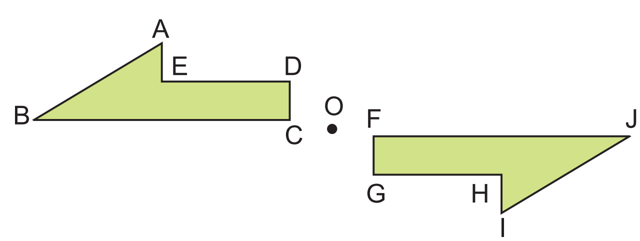


1. Encuentra los vértices, los lados y los ángulos que corresponden a:

a) vértice A

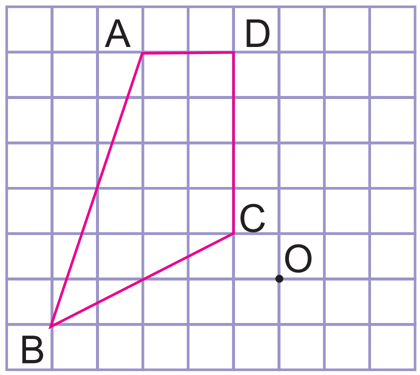
b) lado BC

c) ángulo CDE



B. Vamos a dibujar figuras que tienen simetría rotacional entre sí.

B1. Dibuja en papel cuadriculado la figura simétrica.

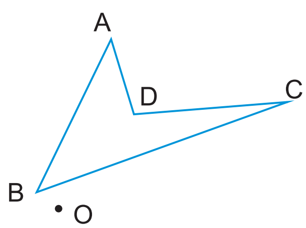


a) Dibuja la figura ABCD y el centro de simetría O.

b) Dibuja la figura EFGH simétrica a la figura ABCD con respecto al centro O.

c) Comprueba con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si las figuras tienen simetría rotacional entre sí.

B2. Dibuja en papel sin cuadrícula.



a) Calca la figura ABCD y el centro de simetría O.

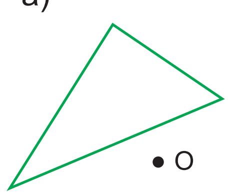
b) Dibuja la figura EFGH simétrica a la figura ABCD con respecto al centro O.

Mide bien la distancia entre cada vértice y el centro de simetría O y apunta el vértice correspondiente que tienen la misma distancia.

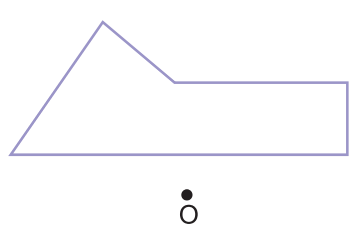
c) Averigua con tu compañero o compañera la forma para dibujar y si las figuras tienen simetría rotacional entre sí.

2. Dibuja en tu cuaderno la figura simétrica a cada una de las siguientes figuras, con respecto al centro de simetría indicado.

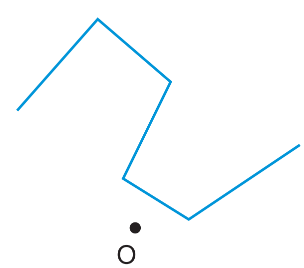
a)



b)



c)



Ejercicios

Trabaja en tu cuaderno.

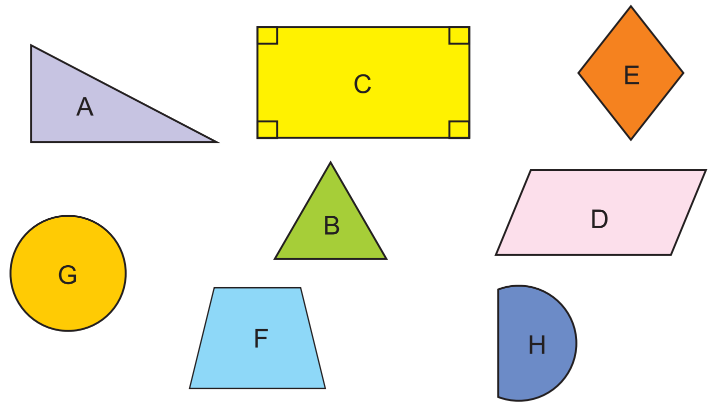
1. Selecciona entre las figuras presentadas, las que satisfacen las siguientes condiciones.

a) Tienen simetría reflexiva.

b) Tienen simetría rotacional.

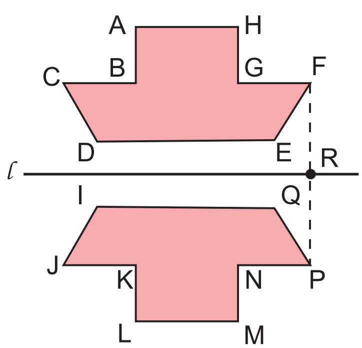
c) Tienen simetría reflexiva y rotacional.

d) No tienen simetría reflexiva ni rotacional.



2. Calca las figuras anteriores, dibuja los ejes y el centro de simetría en ellas.

3. Las siguientes figuras tienen simetría reflexiva entre sí.



a) ¿Cuál es el punto que corresponde al vértice B?

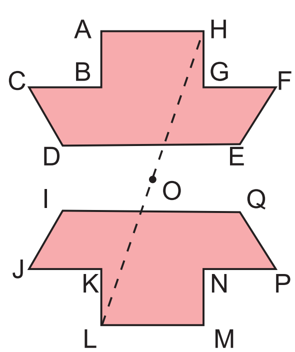
b) ¿Cuál es el lado que corresponde al lado QP?

c) ¿Cuál es el ángulo que corresponde al ángulo CDE?

d) ¿Cómo cruzan el eje de simetría los segmentos que unen los puntos correspondientes?

e) Si el segmento FP mide 4 cm, ¿cuánto mide el segmento FR?

4. Las siguientes figuras tienen simetría rotacional entre sí.



a) ¿Cuál es el punto que corresponde al vértice B?

b) ¿Cuál es el lado que corresponde al lado QP?

c) ¿Cuál es el ángulo que corresponde al ángulo CDE?

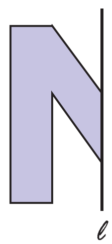
d) ¿Por dónde pasan todos los segmentos que unen los puntos correspondientes?

e) Si el segmento HL mide 10 cm, ¿cuánto mide el segmento HO?

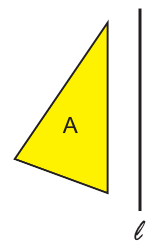
Ejercicios

5. Dibuja lo que se pide a continuación. (Primero calca en tu cuaderno cada figura y eje o centro de simetría indicado.)

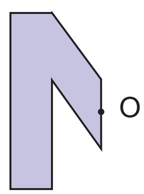
a) La otra mitad simétrica a la parte de la figura con respecto al eje ℓ.



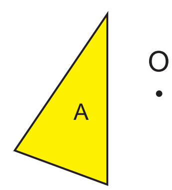
b) La figura simétrica a la figura A con respecto al eje ℓ.



c) La otra mitad simétrica a la parte de la figura con respecto al centro O.



d) La figura simétrica a la figura A con respecto al centro O.



Nos divertimos

- Juego "Busquemos los correspondientes".

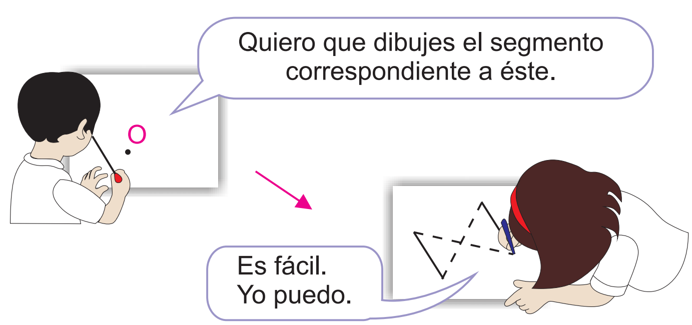
Instrucciones

1. Formar parejas.
2. Hacer un sorteo con piedra-papel-tijeras para decidir el turno.
3. El que ganó dibuja en el cuaderno o en una hoja de papel un centro de simetría O y un punto (o un segmento o un ángulo).
4. La otra persona dibuja el punto (o segmento o ángulo) correspondiente con respecto al centro de simetría.
5. Seguir así sucesivamente cambiando el turno.
6. Si se dibujó correctamente gana un punto.

Puede ser que los puntos dependan de lo que se dibuje, por ejemplo:

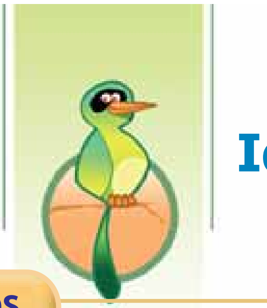
- los puntos correspondientes (1 punto)
- los segmentos correspondientes (2 puntos)
- los ángulos correspondientes (3 puntos), etc.

7. La persona que consiguió más puntos gana.



- Se puede aplicar este juego a la simetría reflexiva.

Unidad 3



Identifiquemos razones

Recordemos

Trabaja en tu cuaderno.

1. Gerardo tiene 18 años; su hermano Diego la mitad de la edad de él y su papá 5 veces la edad de Diego. ¿Cuál es la edad de su papá?

2. Resuelve.

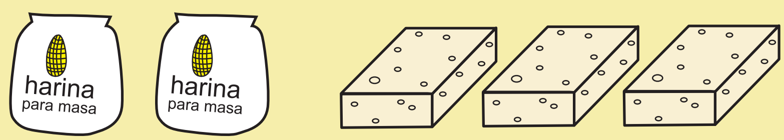
a) 0.25×8.2 b) $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$ c) $6.75 \div 0.5$ d) $\frac{25}{12} \div \frac{5}{6}$

Lección 1 Expresemos la relación entre cantidades

A. Doña Sonia está preparando pupusas de queso para su familia. Ella aumenta y disminuye las cantidades de masa y queso, de manera que el sabor sea siempre el mismo.

Receta para pupusas

harina para masa queso



A1. Expresa la relación entre la cantidad de harina y la cantidad de queso.

Cantidad de harina en libras	Cantidad de queso en libras
2	**3**

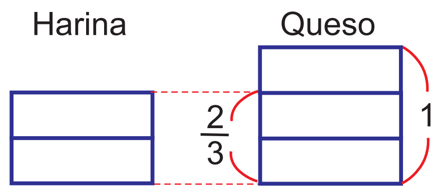
La relación entre la cantidad de masa y la cantidad de queso es de 2 a 3.

Para expresar la relación entre dos cantidades utilizamos ":" entre las cantidades, lo cual se lee "es a". A esta relación se le llama r**azón geométrica.**

A2. ¿Qué número representa la cantidad de harina con respecto al queso?

$2 : 3 \Rightarrow \frac{2}{3}$

R: La razón geométrica es de $\frac{2}{3}$



La razón geométrica se puede expresar como fracción.

$2 : 3 = \frac{2}{3}$ ← Antecedente / ← Consecuente

$\frac{2}{3}$ es el valor de 2 : 3 cuando el valor de 3 se consideran como unidad (base).

$$2 : 3 \xrightarrow{\div 3,\ \div 3} \frac{2}{3} : 1$$

A3. Expresa la razón 0.7 : 1.5 como fracción.

$$\frac{0.7}{1.5} \underset{\times 10}{\overset{\times 10}{=}} \frac{7}{15}$$

En el numerador y el denominador de una fracción se usan números naturales, no decimales.

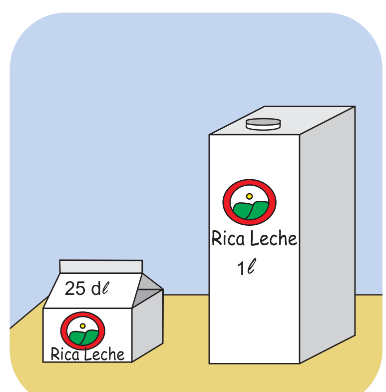
1. Escribe en tu cuaderno cada razón geométrica como fracción.

a) 3 : 5 b) 9 : 6 c) 3.2 : 0.9

2. ¿Qué razón representa 250 mℓ con relación a 1ℓ?

a) ¿Cuál es el antecedente?

b) ¿Cuál es el consecuente?



B. Ahora Doña Sonia quiere hacer pupusas para una fiesta. Si prepara la masa con 6 libras de harina, ¿cuántas libras de queso necesita?

B1. Piensa cómo resolver.

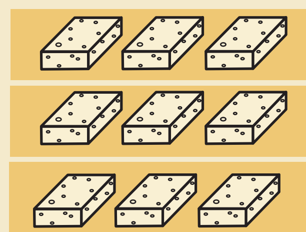
Rosy

Harina	Queso
2 →	3
4 →	3 x 2 = 6
6 →	3 x 3 = 9

Para 2 libras de harina necesita 3 libras de queso.

Noé

Masa	Queso
2	3
↓	↓
6	$\boxed{?}$



2 es a 3 → 2 : 3
6 es a 9 → 6 : 9

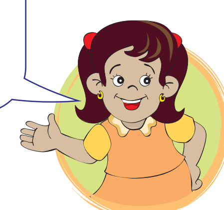
R: 9 libras de queso

B2. Compara las razones 2 : 3 y 6 : 9.

$$2:3 \rightarrow \frac{2}{3}$$

$$6:9 \rightarrow \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{2}{3}$$

La cantidad de masa se triplica, entonces la cantidad de queso también se tiene que triplicar.



R: Las dos razones son equivalentes.

Cuando dos razones geométricas se pueden representar con la misma fracción forman una **proporción**.
La proporción se expresa utilizando el signo “=”.
2 : 3 = 6 : 9
A cada una de las cantidades se le llama **término.**

B3. Encuentra diferentes relaciones entre los números de la proporción 2 : 3 = 6 : 9

Sandra

x 3

2 : 3 = 6 : 9

x 3

Si se aumenta 3 veces el primer número el segundo número también aumenta 3 veces.

Ernesto

3 x 6 = 18

2 : 3 = 6 : 9

2 x 9 = 18

El producto de 3 x 6 es igual al producto de 2 x 9.

La proporción se mantiene cuando se multiplica o se divide una de las razones por el mismo número.

Tantas veces   Tantas veces

□ : △ = □ : △

3. Encuentra una proporción para cada razón.

a) 2 : 6   b) 6 : 8   c) 0.3 : 1

Sabías que...

Al comparar 2 cantidades restándolas estamos utilizando la **razón aritmética**. Ejemplo: Si Gerardo tiene 18 años y su papá 45; la razón aritmética entre ellos es:

45 – 18 = 27   27 años

En la razón aritmética se conservan las unidades.

Con las razones aritméticas no se forman proporciones.

C. Encuentra una razón equivalente a **63 : 49**, con números menores.

Oscar

$63 : 49 = (63 \div 7) : (49 \div 7)$

$= 9 : 7$

Mary

$63 : 49 = \dfrac{\overset{9}{\cancel{63}}}{\underset{7}{\cancel{49}}} = \dfrac{9}{7}$

$\dfrac{9}{7} = 9 : 7$

C1. Simplifica las siguientes razones:

a) 0.9 : 1.2

Josué

a) 0.9 : 1.2 → $\dfrac{0.9}{1.2} \xrightarrow{\times 10} \dfrac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} = \dfrac{3}{4}$

Noemi

$0.9 : 1.2 = (0.9 \times 10) : (1.2 \times 10)$

$= 9 : 12 = 3 : 4$

$0.9 : 1.2 = 3 : 4$

b) $\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5}$

Myrna

b) $\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5}$ → $\dfrac{1}{3} \div \dfrac{4}{5} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{5}{12}$

Douglas

$\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5} = \left(\dfrac{1}{3} \times 15\right) : \left(\dfrac{4}{5} \times 15\right)$

$= 5 : 12$

$\dfrac{1}{3} : \dfrac{4}{5} = 5 : 12$

4. Simplifica en tu cuaderno, las siguientes razones.

a) 12 : 8 b) 9 : 24 c) 16 : 40 d) 20 : 35

e) 0.6 : 0.4 f) 4 : 2.8 g) $\dfrac{3}{4} : \dfrac{7}{8}$ h) $1\dfrac{2}{5} : 3$

D. Si Doña Sonia desea preparar pupusas para otra fiesta con 12 libras de queso, ¿cuántas libras de harina necesita para la masa?

D1. Expresa la proporción utilizando $\boxed{?}$ para la cantidad de harina.

$3 : 2 = 12 : \boxed{?}$

D2: Piensa cómo encontrar la respuesta.

Bernardo

12 es 4 veces 3.
Por lo tanto se multiplica 2 por 4.

$$\overset{\times 4}{3 : 2 = 12 : \boxed{8}}_{\times 4}$$

Yanira
La proporción de harina con respecto al queso es
$2 : 3 = \frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$ es la cantidad de harina cuando la cantidad de queso se considera como 1.
Por lo tanto,
$12 \times \frac{2}{3} = 8$ **R: 8 libras de harina**

Sandra
El producto de los números extremos es igual al producto de los otros 2 números (medios).

$2 \times 12 = 24$

$3 : 2 = 12 : \boxed{8}$ $\quad 3 \times \boxed{?} = 24 \quad 24 \div 3 = 8$

$3 \times \boxed{?} = 24$

R: 8 libras de harina

Si se conocen el valor de 3 términos de una proporción, el cuarto término se puede encontrar partiendo del razonamiento de Sandra pero planteándolo de la siguiente forma:

Queso	Harina
3	2
12	$\boxed{?}$

El producto de los números extremos es igual al producto de los otros 2, por lo que se resuelve:

$$\boxed{?} = \frac{12 \times 2}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

A esta forma de planteamiento y resolución se le llama **regla de tres**.

5. Encuentra en tu cuaderno el valor del cuarto término.

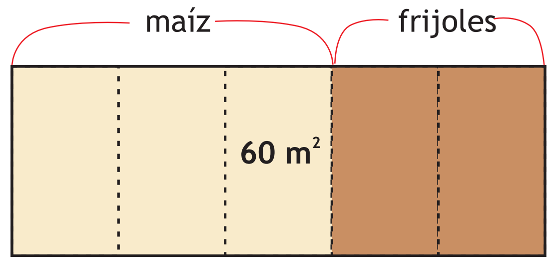
a) $15 : 10 = \boxed{?} : 2$ b) $5 : 7.5 = 4 : \boxed{?}$

c) $3 : \boxed{?} = 2 : 5$ d) $\boxed{?} : 15 = \frac{2}{3} : 4$

E. La escuela de Diego tiene un terreno para el huerto escolar de 60 m^2. Diego y sus amigos quieren sembrar maíz y frijol. Si la razón del terreno de maíz con respecto al de frijol es 3 : 2 ¿en cuántos m^2 del terreno se sembrará maíz?

E1. Encuentra el número de partes iguales en que se divide el terreno, para establecer la razón.

PO: 3 + 2 = 5
R: 5 partes iguales



Se puede encontrar la cantidad total por razón, sumando los dos valores dados.

E2. Piensa en cómo encontrar el área a sembrar de cada grano.

Rosa

El terreno para maíz ocupa $\frac{3}{5}$ de todo el terreno.

PO: $= 60 \times \frac{3}{5} = 36$
R: 36 m^2

Manuel

Los 60 m^2 están divididos en 5 partes y quiero saber el área de 3 de las 5 partes.
Puedo utilizar la proporción.
$5 : 3 = 60 : \boxed{?}$
Aplico la regla de tres.

Partes	m^2
5	- 60
3	- ?

$\frac{3 \times 60}{5} = 36$

R: 36 m^2

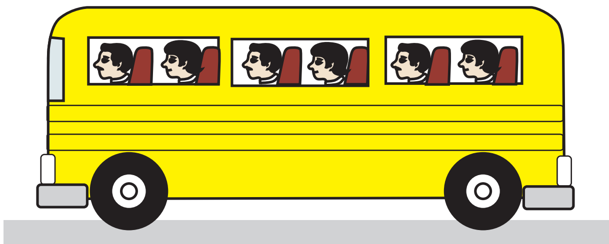
6. Resuelve en tu cuaderno.

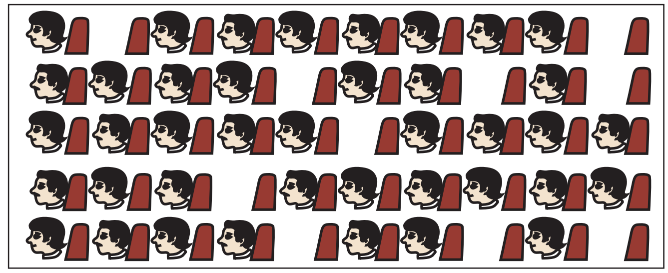
a) En la sección de Marisol hay 39 niños y niñas. La proporción del número de niños al de niñas es 7 : 6. ¿Cuántos niños hay en la sección? ¿Cuántas son niñas?

b) En la pupusería de Doña Olga vendieron ayer 150 pupusas. La cantidad de pupusas de maíz vendida fue 2 veces más que la de pupusas de arroz. ¿Cuántas pupusas de arroz vendieron ayer?

Lección 2 | Encontremos porcentajes

A. En este bus hay 40 pasajeros sentados y hay 10 asientos sin pasajero.





A1. Encuentra el número de asientos para pasajeros que tiene el bus.

PO: 40 + 10 = 50
R: 50 asientos

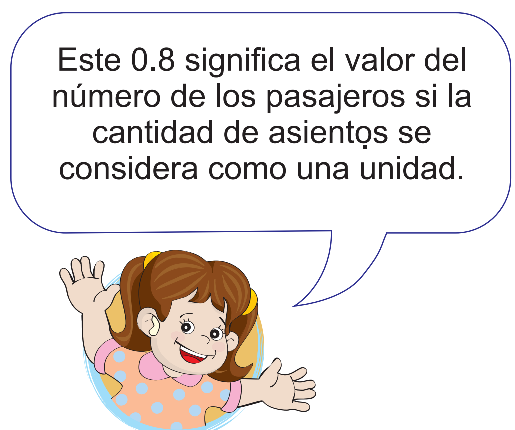
A2. Escribe la razón geométrica entre el número de pasajeros y el total de asientos.

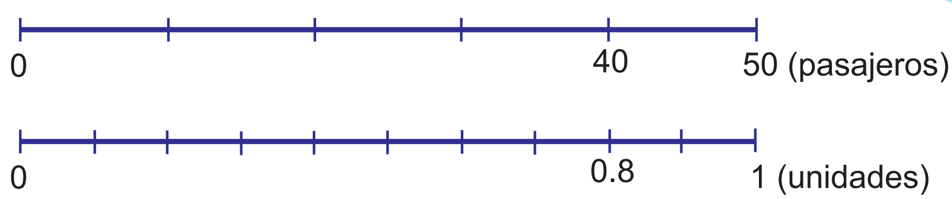
$$\frac{4}{5}$$

A3. Escribe la proporción considerando el total de asientos como unidad.
Encuentra el término que falta.

$$40 : 50 = \boxed{?} : 1$$

$$\boxed{?} = \frac{40 \times 1}{50} = \frac{40}{50} = 0.8$$





Si el resultado obtenido se multiplica por 100 encontramos el **porcentaje** de asientos ocupados y al número obtenido le agregamos el símbolo **%** que se lee **por ciento**.

80 % indica el porcentaje de los asientos que están ocupados.

A4. Encuentra el porcentaje de asientos disponibles en relación al total de asientos.

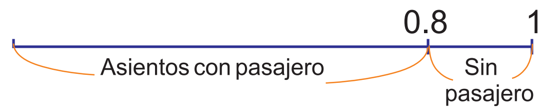
Natalia

Dividiendo el número de asientos sin pasajero entre el total.

PO: 10 ÷ 50 x 100 = 0.2 x 100 = 20
R: 20 %

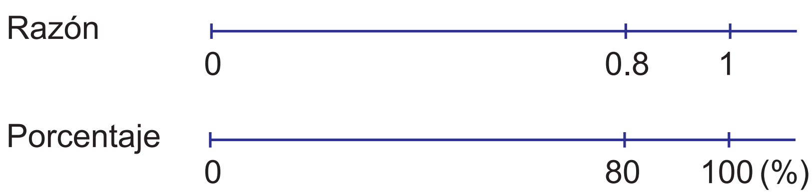
Pedro

Restando de la razón entre el número de pasajeros y de asientos.



PO: (1 – 0.8) x 100 = 0.2 x 100 = 20
R: 20 %

El porcentaje es una expresión en que el consecuente o la totalidad es el 100 %, y la razón geométrica una parte de ese 100 %.



También se puede plantear como una regla de tres.

Asientos	%
50	100
10	$\boxed{?}$

$$\boxed{?} = \frac{10 \times \cancel{100}^{\,2}}{\cancel{50}_{\,1}} = 20$$

A5. ¿Qué porcentaje de 60 es 15?

PO: 15 ÷ 60 x 100 = 0.25 x 100 = 25 %
R: 15 es el 25 % de 60.

Resuelve en tu cuaderno.

1. Expresa en porcentaje.

a) 0.5 b) 0.7 c) 0.23 d) 0.05

2. Escribe los siguientes porcentajes como números decimales.

a) 30 % b) 90 % c) 45 % d) 7 %

3. Si en un parque hay 40 asientos y 25 personas sentadas.
a) ¿Qué porcentaje de asientos están ocupados?
b) ¿Qué porcentaje de asientos están disponibles?

B. Diego y sus amigos han hecho un estudio del tipo de vehículos en que los estudiantes y maestros de 6º grado llegan a la escuela.

Vehículos	Número de vehículos
Bicicletas	14
Motocicletas	28
Carros	21
Buses	77
Total	140

B1. Piensa cómo encontrar el porcentaje del número de bicicletas.

Delmy

La razón entre el número de bicicletas y el total es:
14 : 140 = 0.1
Convierto en %, multiplicando por 100.
0.1 x 100 = 10

R: 10%

Alfredo

El total es 140 y corresponde al 100%. Puedo utilizar la regla de tres porque conozco 3 términos.

Vehículos	%
140	100
14	$\boxed{?}$

$$\boxed{?} = \frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times 10\cancel{0}}{\underset{1}{\cancel{140}}} = 10$$

R: 10%

El porcentaje de un dato se encuentra dividiendo el número del dato entre el total y multiplicando por 100.

$$\% = \frac{\text{Dato}}{\text{Total}} \times 100$$

4. Encuentra en tu cuaderno, el porcentaje de los otros vehículos.

B2. Comprueba si el total de todos los porcentajes es 100 % .

Resuelve en tu cuaderno.

5. Si en tu grado hay 24 niñas y 16 niños matriculados. Encuentra el porcentaje de niños y el porcentaje de niñas en relación al total.

C. Cada bus tiene capacidad para 50 pasajeros sentados.

C1. ¿Qué porcentaje de asientos disponibles hay en el bus de la ruta 34?

$\frac{40}{50}$

R: 20 %

50 - 40 = 10 asientos disponibles

PO: 10 ÷ 50 x 100 = 20

R: 20 %

Quiere decir que está disponible el 20 % de los asientos.

C2. ¿A qué número de asientos corresponde el 40 % de la Ruta 6?

Karla

Para obtener el porcentaje dividí entre 50 y multipliqué por 100. Para obtener el número de asientos multiplico por 50 y divido entre 100.

PO: $\frac{40 \times 50}{100} = 20$

R: 20 asientos disponibles.

René

Utilizo la regla de tres.

%	Asientos
100	50
40	$\boxed{?}$

$\boxed{?} = \frac{40 \times \overset{1}{\cancel{50}}}{\cancel{100}} = 20$

R: 20 asientos disponibles.

Cuando se conoce la cantidad total y el porcentaje, se puede encontrar otra cantidad dividiendo entre 100.

$$\text{Dato} = \frac{\text{Total} \times \%}{100}$$

6. Encuentra la cantidad en tu cuaderno.

a) 20 % de 50 manzanas

b) 68 % de 250 cuadernos

c) 10.5 % de 70

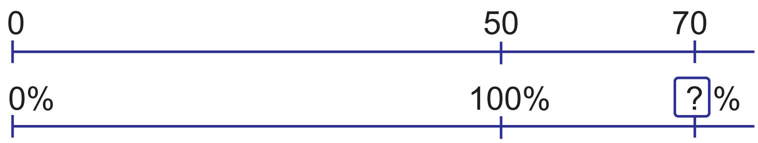
d) 34 % de 180

Resuelve en tu cuaderno.

7. Isidro pesa 85 libras y quiere subir el 4 % de su peso. ¿Cuántas libras debe subir?

C3. ¿Qué porcentaje de personas hay con respecto al número de asientos del bus de la ruta 101?

El bus cuenta con 50 asientos, pero hay 70 pasajeros. Hay sobrecarga de pasajeros.



PO: $\frac{70}{50} \times 100 = 140$

R: 140 %

Como hay más pasajeros que asientos, el porcentaje también es mayor que 100.

C4. ¿Qué porcentaje de sobrecarga de personas hay?

PO: 140 – 100 = 40

R: 40 %

C5. Encuentra el número de pasajeros sin asiento. Calcula utilizando el por ciento.

%	Pasajeros
100	50
40	?

No utilices la resta, encuentra primero el porcentaje de sobrecarga.

PO: $\frac{40 \times 50}{100} = \frac{2000}{100} = 20$

R: 20 pasajeros

Resuelve en tu cuaderno.

8. Encuentra la cantidad.

a) 140 % de 50 b) 210 % de 64

9. El cine de la ciudad tiene capacidad para 250 personas; el día miércoles entraron 100 personas y el día domingo 200. Encuentra qué porcentaje de su capacidad se utilizó en cada día.

Ejercicios

Trabaja en tu cuaderno.

1. Escribe la razón como se indica en el paréntesis.

a) 3 : 4 (fracción)

b) 12 : 4 (fracción)

c) 5.4 : 7.2 (números naturales)

d) $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$ (números naturales)

2. Simplifica las siguientes razones.

a) 18 : 12

b) 39 : 10.5

c) 54 : 7.2

d) $1\frac{3}{4} : 1\frac{1}{6}$

3. Encuentra el número $\boxed{?}$.

a) $5 : 2 = 20 : \boxed{?}$

b) $4.5 : \boxed{?} = 7.5 : 12$

c) $\boxed{?} : 11.2 = 1.5 : 2.4$

d) $3 : \frac{4}{5} = 3.5 : \boxed{?}$

4. Resuelve.

En la fábrica se elaboran 210 camisas entre rojas y azules. La cantidad de camisas rojas es el doble que la de azules. ¿Cuántas camisas rojas elaboraron ?

5. Completa la tabla siguiente.

Producto	Número	Por ciento
Libros	18	
Cuadernos		15
Colores	3	
Bolsón		35
Varios	9	
Total	60	100

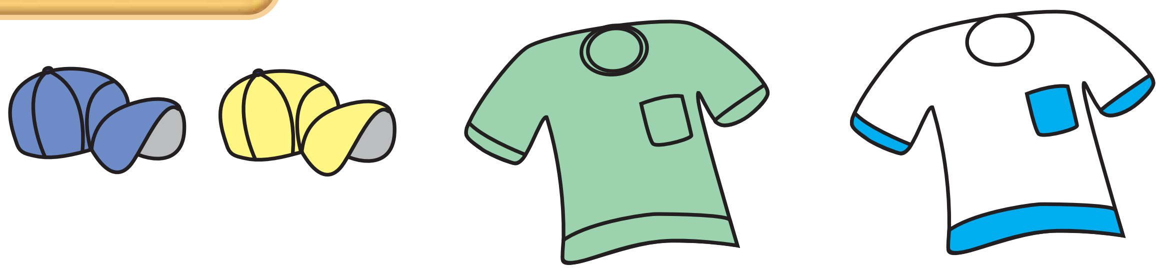
6. Ernesto está leyendo un libro que tiene 340 páginas. Hasta hoy leyó el 65 % del libro. ¿Cuántas páginas ha leído?

Segundo Trimestre

Unidad 4

Experimentemos jugando

Recordemos



Nico tiene 2 gorras y 2 camisas, ayúdale a encontrar todas las formas de combinarlas. Hazlo por medio de un diagrama de árbol.

Lección 1 Identifiquemos la ocurrecia de eventos

A. Tony juega a lanzar una moneda de 25 centavos.

A1. ¿Cuántos son los posibles resultados?

R: 2 resultados

¿Cuáles son?

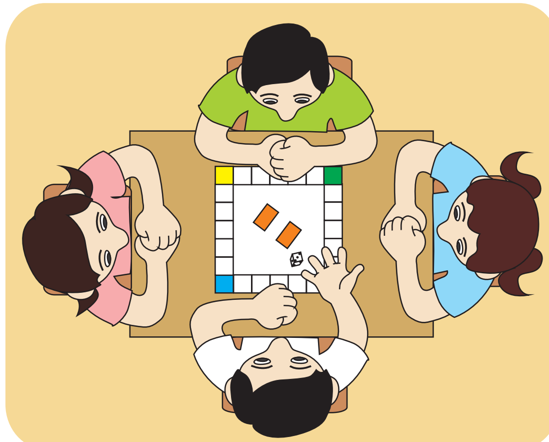
R: Cara y águila

A2. ¿Qué lado de la moneda será visible al caer?

¿Podemos asegurarlo?

Cuando no podemos asegurar cual es el resultado, decimos que es un **experimento aleatorio**.

B. Flor y sus amigos juegan "Monopolio" y deben lanzar un dado para saber quién inicia el juego.



B1. Contesta.

a) ¿Cuántos son los posibles resultados al lanzar una vez el dado?

R: 6 resultados

b) ¿Qué números podemos obtener al lanzar el dado?

R: Podemos obtener 1, 2, 3, 4, 5, 6

c) ¿Cuántos resultados pares podemos obtener?

R: 3 resultados, estos son 2, 4 y 6

d) ¿Cuántos resultados impares podemos obtener?

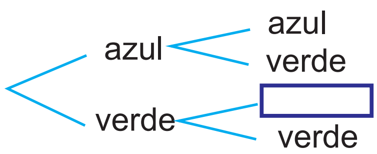
R: 3 resultados, estos son 1, 3 y 5

e) Si Flor lanzó el dado y obtuvo 5, ¿cuántos resultados mayores pueden ganarle?

R: 1 resultado

A los resultados en un experimento aleatorio se les llaman "**sucesos posibles**".

C. Don David tiene una bolsa con chibolas azules y verdes. Èl quiere regalarle 2 a su nieto Juan. Si las saca de la bolsa sin verlas ¿de qué color serán las chibolas?



C1. Contesta.

a) ¿Cuántos son los sucesos posibles?

R: 3 sucesos posibles

2 azules, 1 azul y 1 verde, 2 verdes

b) ¿En cuántos de los sucesos posibles, las chibolas son del mismo color?

R: En 2 sucesos posibles

azul - azul y verde - verde

c) ¿En cuántos sucesos posibles son de diferente color?

R: En 1 suceso posible azul - verde

C2. ¿Cuántos son los sucesos posibles si le regala 3 chibolas?

R: 4 Sucesos posibles

3 Azules, 2 azules y 1 verde, 1 azul y 2 verdes, 3 verdes.

1. Con tus compañeros y compañeras, en equipo, escribe una situación con 3 ó 4 sucesos posibles.

D. Los alumnos y las alumnas de 6° grado, eligieron a Caty, Luis y Gaby para formar la directiva del grado.
El niño o la niña que obtenga mayor puntaje ocupará la presidencia, el segundo la tesorería y el tercero la secretaría. ¿Qué puesto pueden obtener?

Presidencia	Tesorería	Secretaría
Caty	Luis	Gaby
	Gaby	Luis
Luis	Caty	Gaby
	Gaby	Caty
Gaby	Caty	Luis
	Luis	Caty

D1. ¿Cuántos son los sucesos posibles?

R: 6 sucesos posibles

D2. ¿En cuántos sucesos posibles Caty aparece como presidenta?

R: En 2 sucesos

Caty	- **Luis**	- **Gaby**
Caty	- **Gaby**	- **Luis**
Presidenta		

D3. ¿En cuántos sucesos Luis aparece como tesorero?

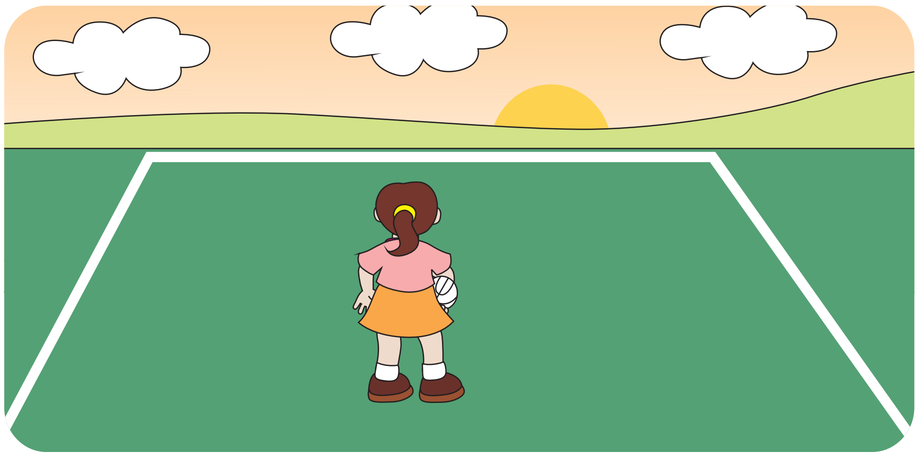
R: En 2 sucesos

Caty	- **Luis**	- **Gaby**
Gaby	- **Luis**	- **Caty**
	Tesorero	

Cuando se establece una condición al suceso, al resultado le llamamos **suceso favorable**.
En D2 y D3 tenemos 2 sucesos favorables de los 6 sucesos posibles.

Lección 2 Interpretemos la ocurrencia de un evento

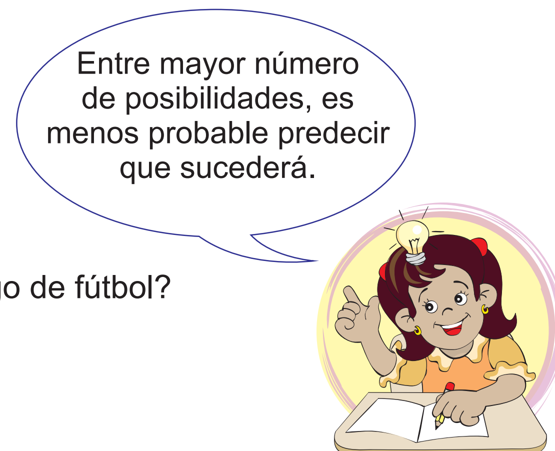
A. Mima y sus compañeras jugarán un partido de fútbol.



A1. Contesta

a) ¿Cuáles son los sucesos posibles?

R: 1 - Que ganen el partido
2 - Que empaten el partido
3 - Que pierdan el partido



b) ¿Cuántos sucesos posibles hay en el juego de fútbol?

R: 3 sucesos posibles

c) ¿Será para Mima posible predecir el resultado?

¿Por qué?

R: No puede predecirlo, hay 3 resultados posibles.

d) ¿Cuál es la probabilidad de que gane?

R: 1 de 3

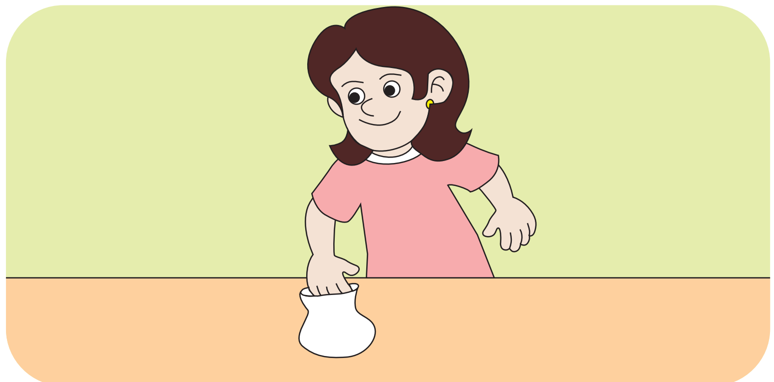
A2. Si el equipo gana el torneo al ganar o empatar este partido ¿cuántos sucesos favorables hay?

R: 2 sucesos favorables

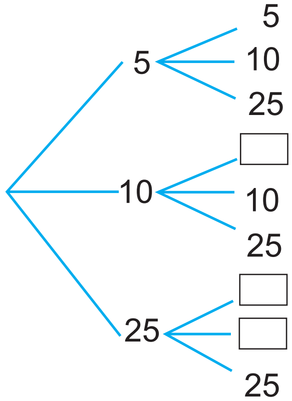
A3. ¿Cuál es la probabilidad de ganar el torneo?

R: 2 de 3 posibilidades

B. Geraldina tiene en su bolsa 2 monedas de 5 centavos, 2 de 10 centavos y 2 de 25 centavos. Ella saca de su bolsa 2 monedas simultáneamente. ¿Qué cantidad de dinero extrajo?



B1. Elabora un diagrama de árbol para encontrar todos los sucesos posibles.



5	+	5	=	10
5	+	10	=	15
5	+	25	=	30
10	+	5	=	15
10	+	10	=	20
10	+	25	=	35
25	+	5	=	30
25	+	10	=	35
25	+	25	=	50

B2. ¿Cuántos son los sucesos posibles?

R: 6 sucesos que son 10, 15, 20, 30, 35 y 50

B3. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 30 centavos?

R: 1 de 6 posibilidades

La probabilidad se obtiene al dividir los casos favorables entre los casos posibles.

$$\text{La probabilidad} = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

La probabilidad de obtener 30¢ es $\frac{1}{6}$.

B4. ¿Cuál es la probabilidad de que Geraldina obtenga 50¢?

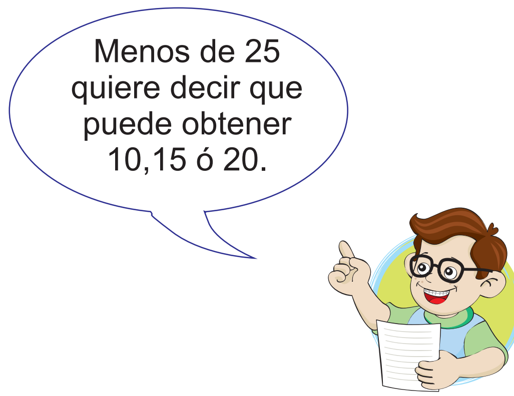
$$1 \text{ de } 6 = \frac{1}{6}$$

R: La probabilidad es $\frac{1}{6}$

B5. ¿Cuál es la probabilidad que obtenga menos de 25¢?

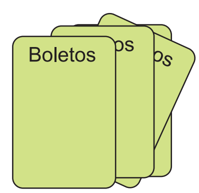
$$3 \text{ de } 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

R: La probabilidad es $\frac{1}{2}$



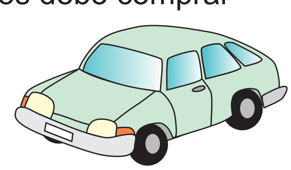
1. Resuelve en tu cuaderno

a) Diego compró un número para una rifa.
Si la rifa contiene 20 números, ¿cuál es la probabilidad de que Diego gane?

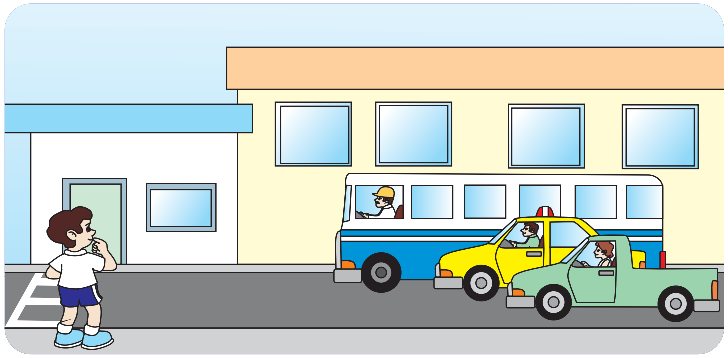


Intentémoslo

En la rifa de un vehículo se venderán 210 boletos. ¿Cuántos debo comprar para que mi probabilidad de ganar sea $\frac{1}{3}$?

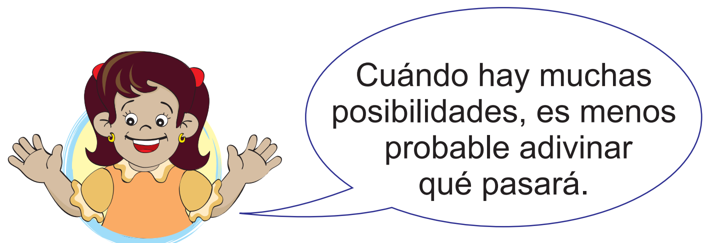


C. Juan y sus amigos observan el tráfico en una calle de su colonia.



C1. Podrían adivinar ¿qué tipo de vehículo pasará cada minuto?

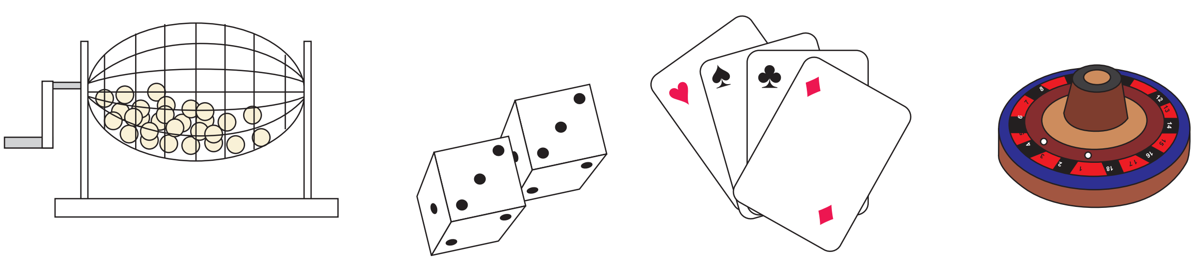
¿Por qué?



Cuando no es posible determinar con exactitud un resultado; estamos hablando del **"azar".**

2. Describe 2 sucesos cotidianos en los que intervenga el azar.

Sabías que...



En los juegos de lotería, naipes, ruleta, dados, etc., las posibilidades de ganar son muy remotas; ya que es extremadamente difícil predecir un resultado, y de ahí la expresión que alguien tiene "buena suerte".

Unidad 5 Calculemos áreas

Recordemos

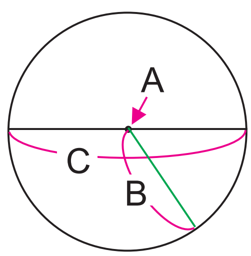
Trabaja en tu cuaderno.

1. Calcula el perímetro de los siguientes polígonos regulares.

a) Un octágono cuyo lado mide 5 cm

b) Un decágono cuyo lado mide 2 cm

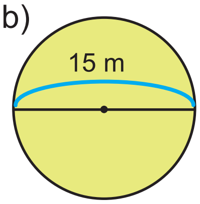
2. Di los elementos de la circunferencia señaladas con las letras A, B, C.



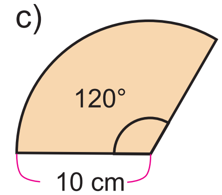
3. Calcula la longitud de la circunferencia de las siguientes figuras.

a) Un círculo cuyo radio mide 5 cm

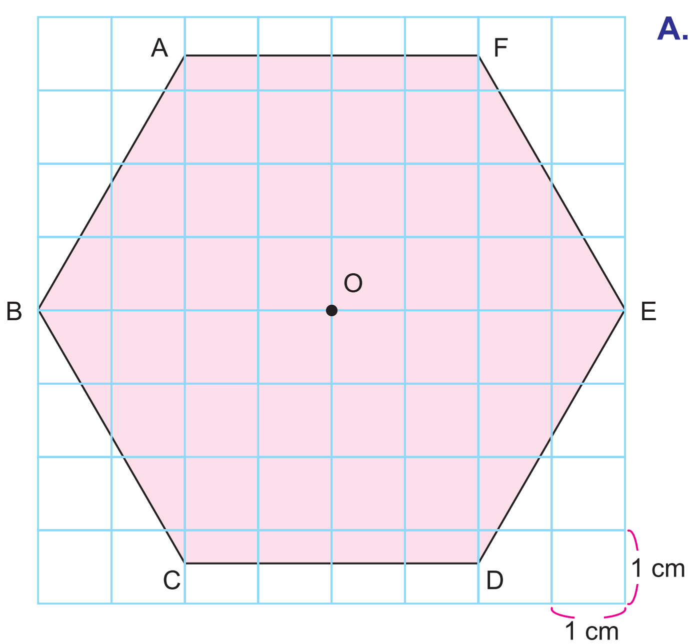
b)



c)

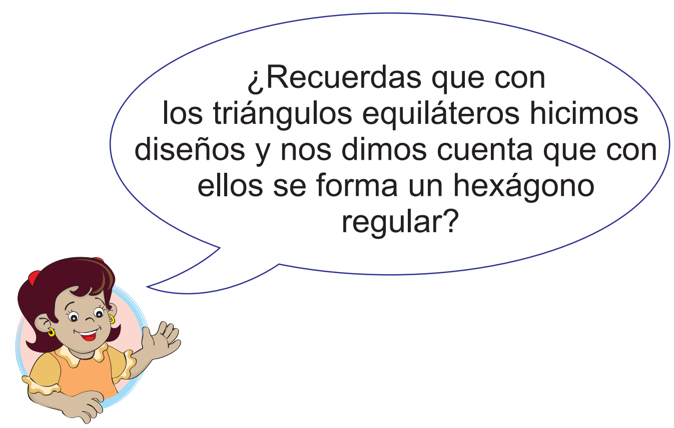


Lección 1 Calculemos el área de polígonos regulares



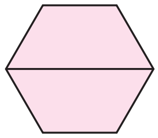
A. Elena quiere decorar la pared de su casa usando mosaicos de forma hexagonal.

Para calcular aproximadamente cuántos mosaicos necesita pegar en la pared, ella quiere saber el área de un mosaico en forma de hexágono regular.



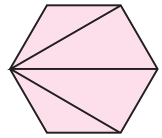
A1. Piensa en alguna forma para encontrar su área.

Ⓐ



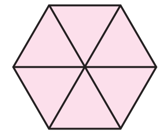
Dividiendo en dos trapecios...

Ⓑ



Dividiendo en cuatro triángulos...

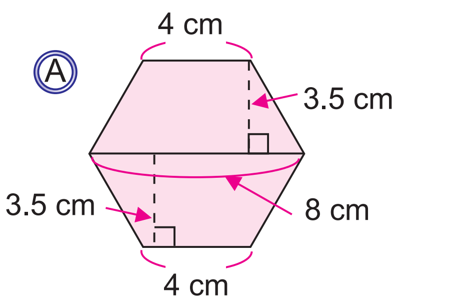
Ⓒ



Dividiendo en seis triángulos congruentes entre sí.

A2. Mide las longitudes necesarias y encuentra el área de este hexágono regular usando la forma que prefieras.

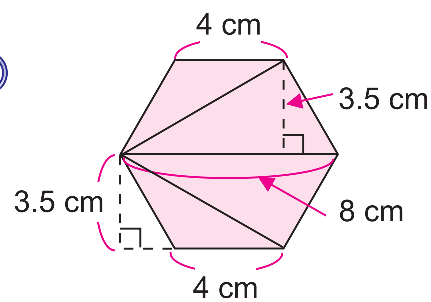
Ⓐ



PO: (4 + 8) x 3.5 ÷ 2 x 2 = 42

R: 42 cm²

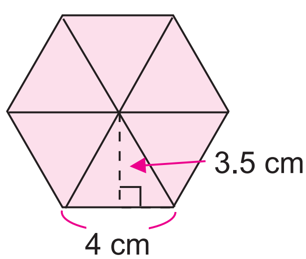
Ⓑ



PO: 4 x 3.5 ÷ 2 x 2 = 14
8 x 3.5 ÷ 2 x 2 = 28
14 + 28 = 42

R: 42 cm²

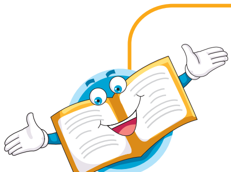
Ⓒ

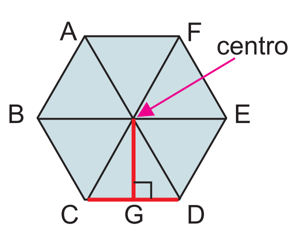


PO: 4 x 3.5 ÷ 2 x 6 = 42

R: 42 cm²

La forma con menos mediciones es la Ⓒ, ¿verdad?





Para encontrar el área del hexágono regular ABCDEF, se usa la longitud de CD y OG.
El punto O se llama **centro** del polígono regular.
OG es la altura de cada uno de los triángulos iguales con su base en cada lado del polígono.

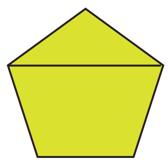
B. Tobías hizo un diseño simbólico para la actividad del día del árbol.

Este diseño tiene la forma de pentágono regular como el de la derecha.

¿Cuánto mide el área de este pentágono?

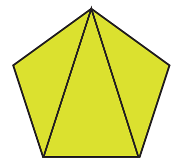
B1. Piensa en alguna forma para encontrar su área.

A



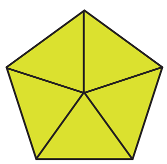
Dividiendo en un triángulo y un trapecio...

B



Dividiendo en tres triángulos...

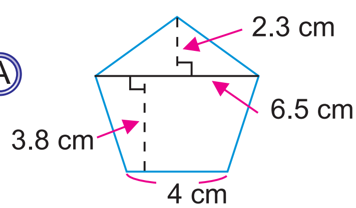
C



Dividiendo en cinco triángulos congruentes entre sí

B2. Mide las longitudes necesarias y encuentra el área de este pentágono regular usando la forma que prefieras.

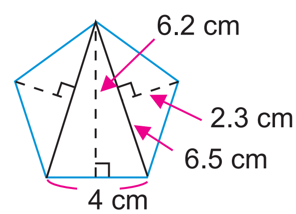
A



PO: 6.5 x 2.3 ÷ 2 = 7.475
(4 + 6.5) x 3.8 ÷ 2 = 19.95
7.475 + 19.95 = 27.425

R: 27.425 cm^2

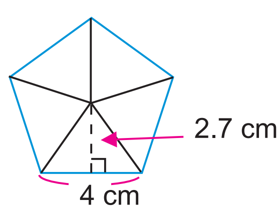
B



PO: 4 x 6.2 ÷ 2 = 12.4
6.5 x 2.3 ÷ 2 x 2 = 14.95
12.4 + 14.95 = 27.35

R: 27.35 cm^2

C

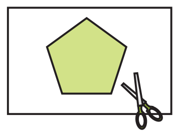


PO: 4 x 2.7 ÷ 2 x 5 = 27

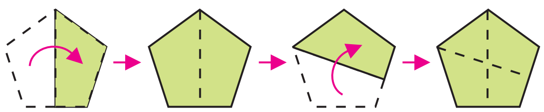
R: 27 cm^2

B3. Encuentra el centro del pentágono regular y comprueba si los cinco triángulos de la forma Ⓒ son congruentes entre sí.

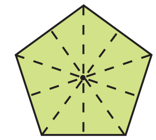
a) Calca en el papel el pentágono de Tobías y recórtarlo.



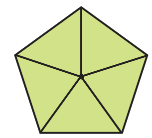
b) Dóblalo por la mitad de modo que ambas partes se sobrepongan, repitiendo la operación varias veces.



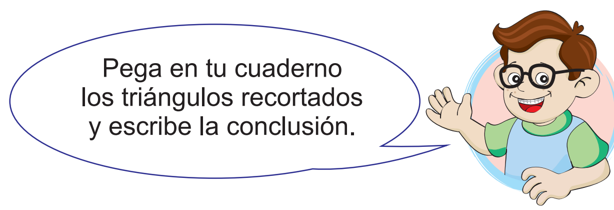
c) El punto en el que se cruzan los pliegues es el centro del pentágono.



d) Traza la línea uniendo el centro con cada vértice.



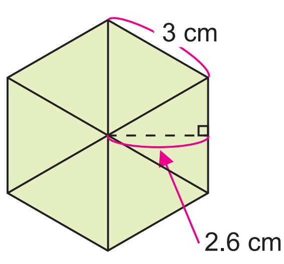
e) Recorta y sobrepón los triángulos para comparar que son congruentes.



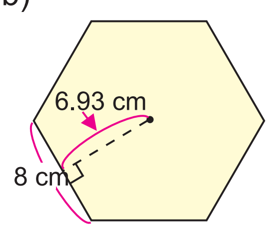
Al igual que en el caso del hexágono regular, al dividir un pentágono regular con segmentos que van del centro a cada vértice, se forman triángulos congruentes entre sí. (Triángulos isósceles)

1. Encuentra el área de los siguientes hexágonos y pentágonos regulares dividiéndolos en triángulos congruntes entre sí.

a)

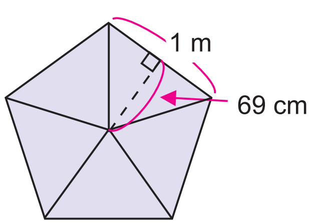


b)

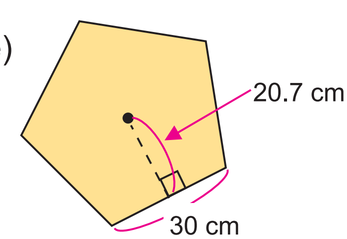


c) Un hexágono regular cuyos lados miden 6 cm y la altura de cada uno de los triángulos mide 5.2 cm.

d)



e)

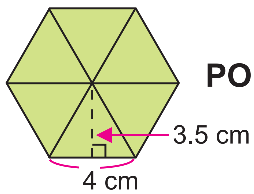


f) Un pentágono regular cuyos lados miden 6 cm y la altura de los triángulos mide 1.4 cm.

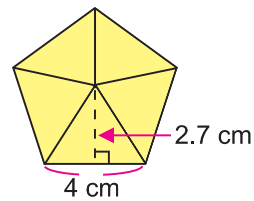
C. Vamos a deducir la fórmula para encontrar el área de polígonos regulares.

C1. ¿Cuál fue la forma que se aplicó para encontrar el área de hexágonos y pentágonos regulares?

R: Dividiendo el polígono regular en triángulos congruentes.



PO: 4 x 3.5 ÷ 2 x 6



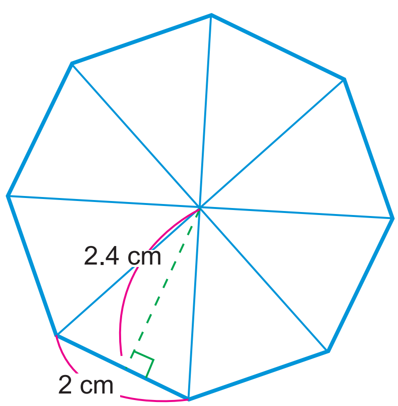
PO: 4 x 2.7 ÷ 2 x 5

C2. Representa el PO con palabras para obtener la fórmula.

Hexágono	4	x	3.5	÷	2	x	6
Pentágono	4	x	2.7	÷	2	x	5
	Base del triángulo		Altura del triángulo				Número de lados

¿Sabes que la altura de uno de los triángulos de un polígono regular se llama **apotema**?

La fórmula para encontrar el área de polígonos regulares es:
base del triángulo x altura del triángulo ÷ 2 x número de lados



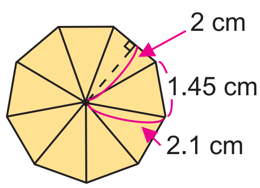
C3. Encuentra el área del siguiente octágono regular usando la fórmula.

PO: 2 x 2.4 ÷ 2 x 8 = 19.2

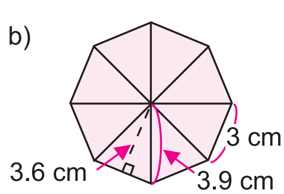
R: 19.2 cm^2

2. Encuentra el área de los siguientes polígonos regulares dividiéndolos en triángulos congruentes.

a)



b)



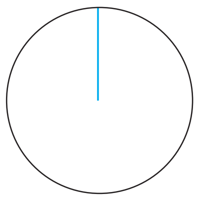
c) Un decágono regular cuyos lados y alturas miden 3 m y 4.6 m respectivamente.

Ejercicios

Construye polígonos regulares.

1. Piensa cómo construir un hexágono regular.

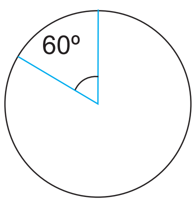
a) Dibuja un círculo y traza un radio.



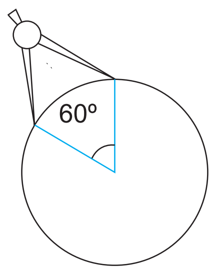
b) Divide los 360° del círculo en 6 partes para repartir el círculo en 6 sectores iguales.

PO: 360 ÷ 6 = 60
R: 60º

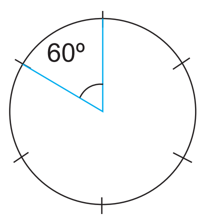
c) Mide el ángulo de 60° y márcalo.



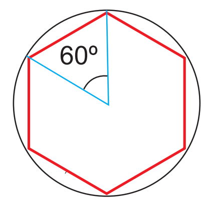
d) Da al compás la abertura indicada.



e) Marca con el compás los otros vértices.

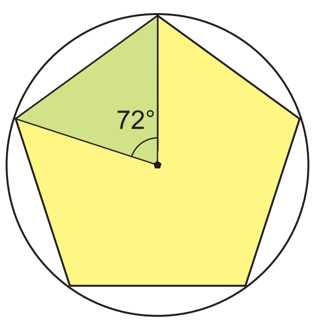


f) Une los vértices.



2. Piensa cómo construir un pentágono regular.

¿Cuántos grados mide cada uno de 5 sectores iguales en el círculo?



PO: 360 ÷ 5 = 72
R: 72º

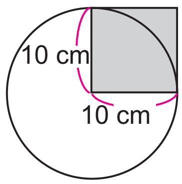
Para un pentágono regular se divide 360° entre 5.

Así podemos construir diferentes polígonos regulares.

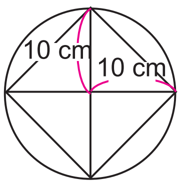
Lección 2 | Calculemos el área de círculos

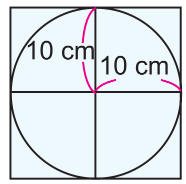
A. Iván hizo una tabla circular cuyo radio mide 10 cm para colocar una olla sobre ella en la mesa. ¿Cuánto mide el área de esta tabla?

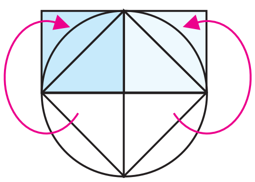
A1. Estima el área del círculo comparando con el área del cuadrado cuyo lado mide igual al radio.



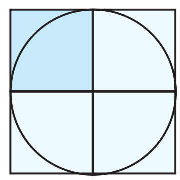
Sustituye el (?) por un número correspondiente.







El área del círculo es mayor que (?) veces □ .

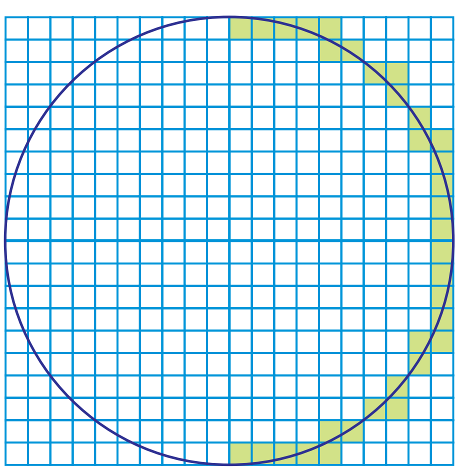


El área del círculo es menor que (?) veces □ .

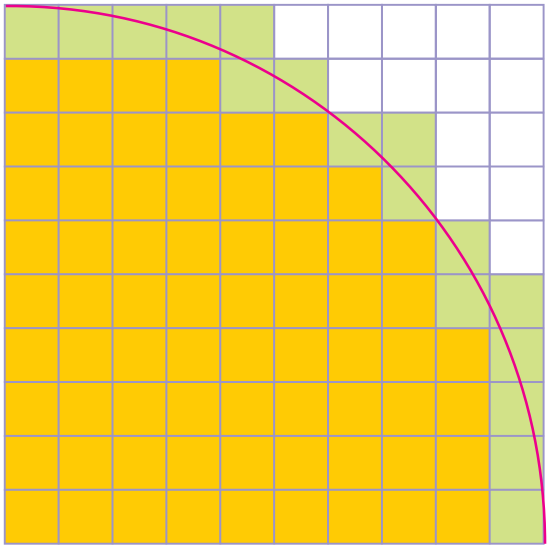
Se puede estimar que el área de un círculo es mayor que dos veces la de un cuadrado cuyo lado mide igual al radio, y es menor que cuatro veces la del mismo.

Entonces, ¿cuántas veces más sería el círculo que el cuadrado?

A2. Encuentra el área aproximada de este círculo usando la cuadrícula. Toma el lado de cada cuadro como 1cm.



Vamos a contar los cuadrados. ¿No habrá alguna forma fácil para saber el número de cuadrados?



Es eficiente contar los cuadrados de $\frac{1}{4}$ del círculo y multiplicar por 4 para encontrar el total.

... 69 ... 17

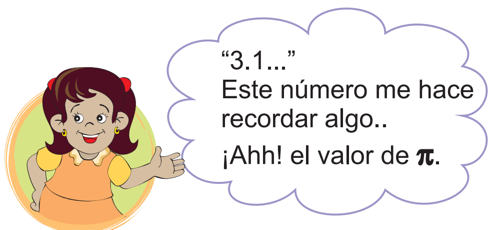
PO: $69 + 17 \div 2 = 77.5$
$77.5 \times 4 = 310$

R: 310 cm² aproximadamente

A3. ¿Cuántas veces más sería el área del círculo que la del cuadrado cuyo lado mide igual al radio?

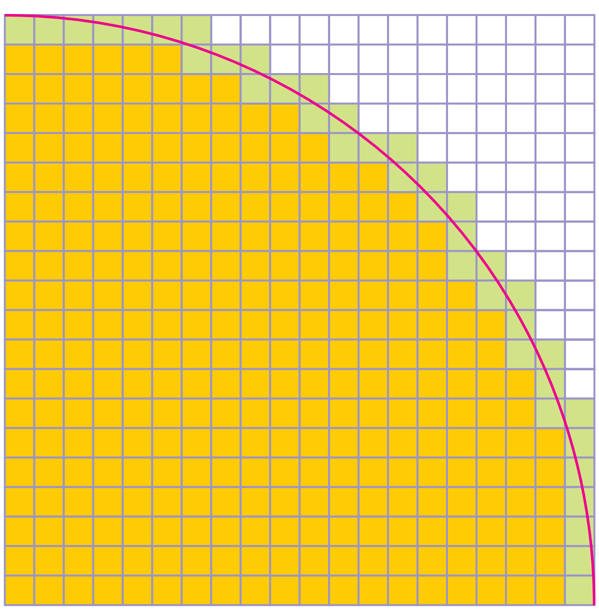
PO: $10 \times 10 = 100$ $310 \div 100 = 3.1$

R: El área de un círculo es aproximadamente 3.1 veces más grande que el área de un cuadrado cuyo lado es el radio del círculo.



¡Intentémoslo!

Vamos a encontrar el área aproximada del círculo anterior pero tomando el lado de cada cuadrado de 0.5 cm.



Dibuja $\frac{1}{4}$ del círculo con 20 cuadrados por lado, como el radio.

Encuentra el área aproximada del círculo.

... 292 ... 39

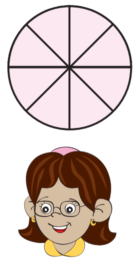
PO: $292 + 39 \div 2 = 311.5$
$0.25 \times 311.5 = 77.875$
$77.875 \times 4 = 311.5$

R: 311.5 cm² aproximadamente

B. Vamos a pensar en la forma para encontrar el área de círculos.

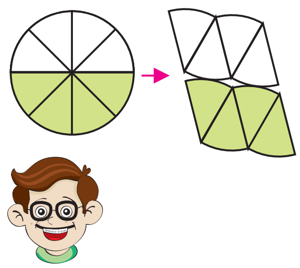
B1. Construye un círculo de papel y piensa en la forma para encontrar su área, recortando y transformándolo.

A



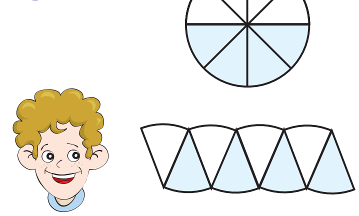
Aproximando el área de un sector con la de un triángulo...

B



Colocando como un romboide...

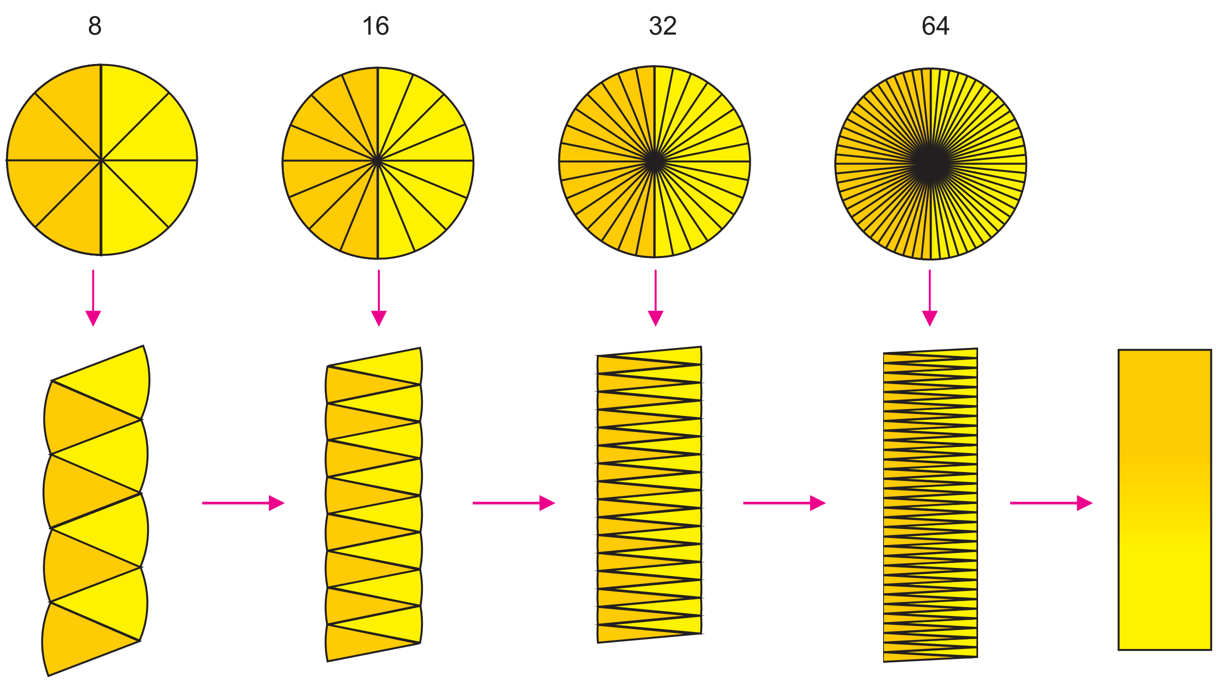
C



Colocando como un romboide...

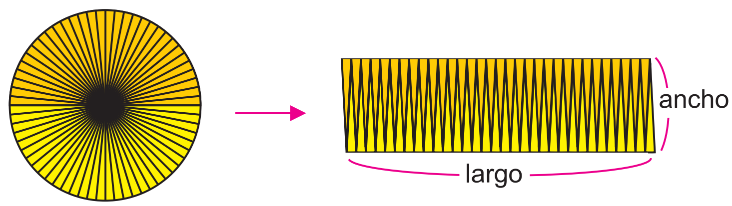
Hemos deducido las fórmulas del área de figuras transformándolas a otras cuya fórmula es conocida, ¿verdad?

B2. Observa la transformación en la forma C con los círculos divididos en 8, 16, 32 y 64 sectores. Cuanto más se divida el círculo, ¿a qué figura se parece más?

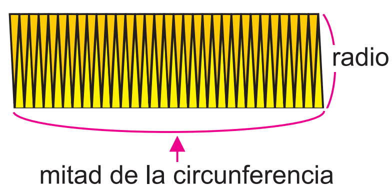


Cuanto más se divida un círculo, la figura compuesta por los sectores se aproximará a un rectángulo.

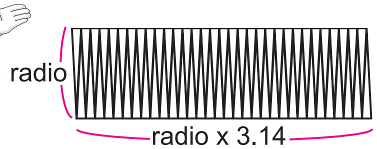
B3. ¿Con qué longitud del círculo coincide la longitud del largo y ancho del rectángulo?



El ancho del rectángulo coincide con el radio del círculo. El largo del rectángulo coincide con la mitad de la longitud de la circunferencia.



B4. Deduce la fórmula para encontrar el área del círculo.

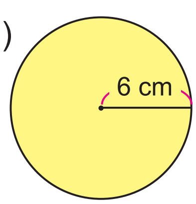


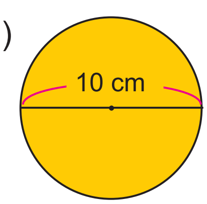
La longitud de la mitad de la circunferencia se encuentra por "diámetro x 3.14 ÷ 2", y es igual a "radio x 3.14".
Entonces, la fórmula del área del círculo es:

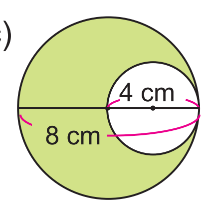
radio x radio x π

B5. Calcula el área del círculo cuyo radio mide 10 cm y compara el resultado con el área aproximada.

1. Calcula el área de las siguientes partes pintadas.

a)


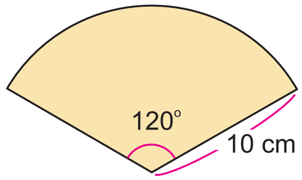
b)


c)


2. Encuentra el radio y el área de los círculos cuyas circunferencias tienen las siguientes medidas.

a) 62.8 cm   b) 12.65 cm   c) 47.1 cm

C. Un abanico que construyó Carolina tiene el tamaño representado.



¿Cuántos cm^2 mide su área?

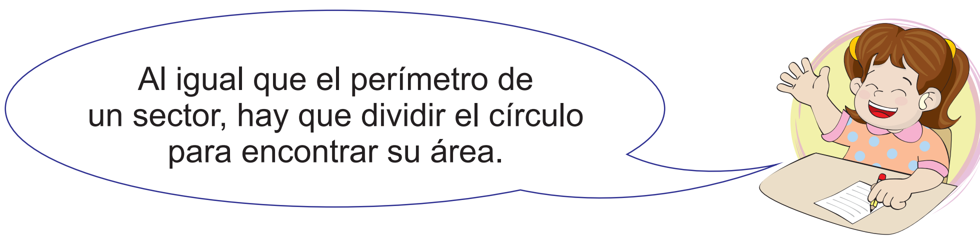
Redondea la respuesta hasta las centésimas.

C1. Piensa cómo encontrar el área del sector del abanico.

El área del sector se encuentra dividiendo el área del círculo en ciertas partes.

a) Encuentra el área del círculo entero............................... 10 x 10 x 3.14 = 314

b) Encuentra en cuántas partes está
dividido el círculo para este sector, utilizando el
ángulo central.. 360 ÷ 120 = 3



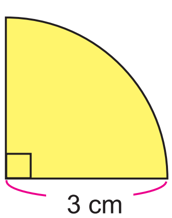
c) Encuentra el área del sector.. 314 ÷ 3 = 104.666...

PO: 10 x 10 x 3.14 ÷ 3 = 104.666

R:104.67 cm^2 aproximadamente

3. Encuentra el área de los siguientes sectores.
Redondea la respuesta hasta las centésimas según la necesidad.

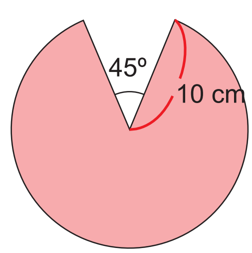
a)



b) Un sector cuyo ángulo central mide 60º y su radio de 5 cm

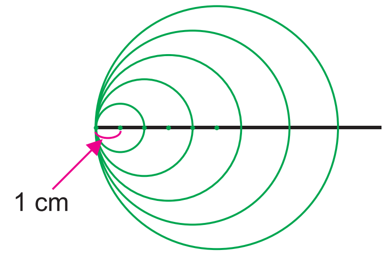
c) Un semicírculo cuyo radio mide 4 cm

d)



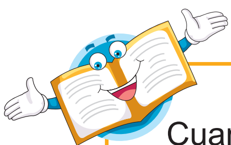
D. Vamos a investigar la relación entre el radio, la circunferencia y el área del círculo.

D1. Cuando el radio cambia,
¿cómo cambia la circunferencia?
¿Cómo cambia el área?



Radio	1	2	3	4	5	6	7
Circunferencia (cm)	6.28	12.56	18.84	25.12	31.4	37.68	43.96
Área (cm^2)	3.14	12.56	28.26	50.24	78.5	113.04	153.86

D2. Observa la tabla y comenta.



Cuando el radio es dos veces más,
la circunferencia también es dos veces más.
Si el radio es tres veces más
la circunferencia es tres veces más,...

x 3
x 2

Radio (cm)	2	4	6
Circunferencia(cm)	12.56	25.12	37.68

x 2
x 3

Cuando el radio es dos veces más,
el área es cuatro veces más. Si el radio
es tres veces más, el área es nueve
veces más,...

x 3
x 2

Radio (cm)	2	4	6
Área (cm^2)	12.56	50.24	113.04

x 4
x 9

4. Contesta las siguientes preguntas en tu cuaderno.

a) Cuando el radio es cuatro veces más, ¿cuántas veces más es la circunferencia?

b) Cuando el radio es cuatro veces más, ¿cuántas veces más es el área?

c) La circunferencia del círculo A mide 18.84 cm. Si se dibuja otro círculo B con un radio que es la mitad del círculo A, ¿cuánto mide su circunferencia?

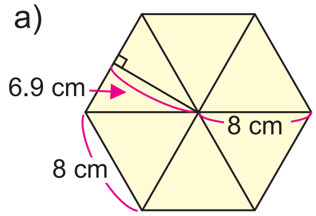
d) El área del círculo C mide 50.24 cm^2. El radio del círculo D es dos veces más que el C. ¿Cuánto mide el área del círculo D?

Ejercicios

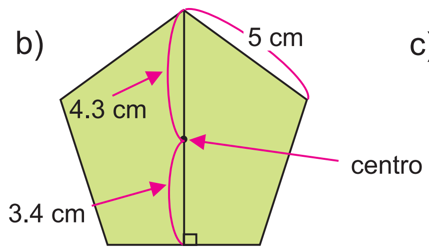
Trabaja en tu cuaderno.

1. Calcula el área de los siguientes polígonos regulares.

a)



b)



c) Un octágono regular cuyo lado mide 2 cm y la altura del triángulo mide 2.4 cm

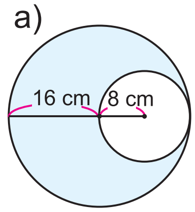
2. Calcula el área de los siguientes círculos.

a) Un círculo cuyo radio mide 6 cm

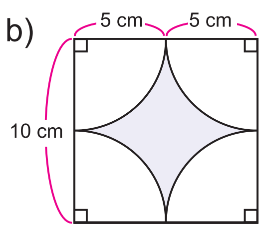
b) Un círculo cuyo diámetro mide 30 m

3. Calcula el área de la figura pintada.

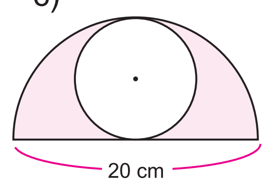
a)



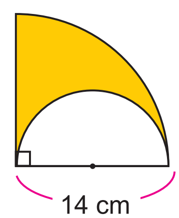
b)



c)

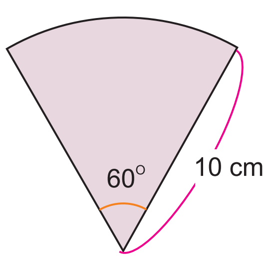


d)

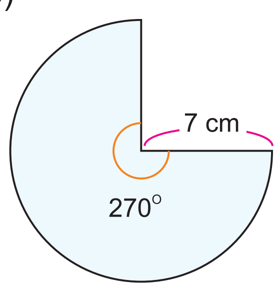


4. Calcula el área de los siguientes sectores. Redondea la respuesta hasta las centésimas según la necesidad.

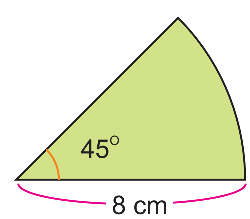
a)



b)



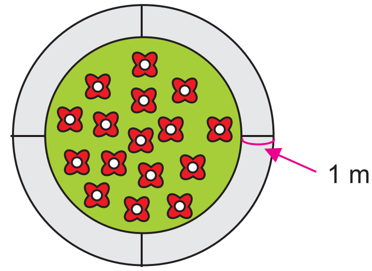
c)



Ejercicios

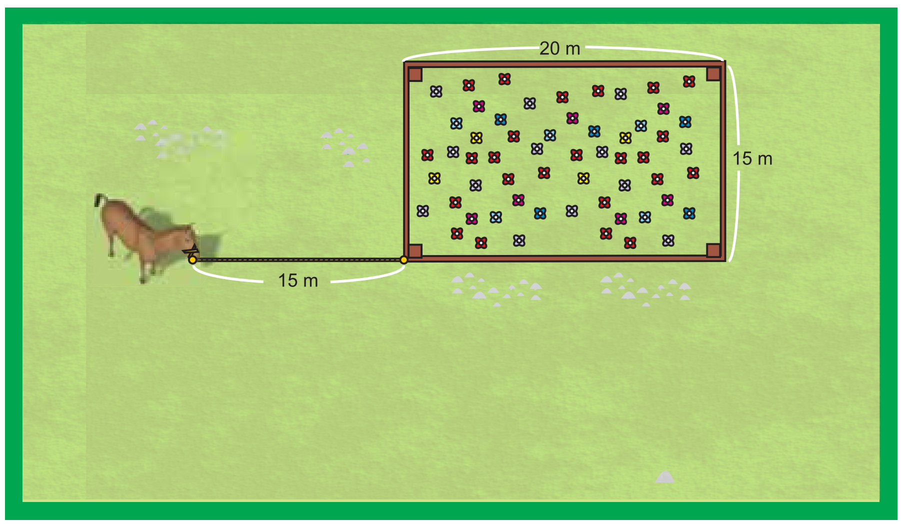
5. Resuelve los siguientes problemas.

a) La familia de Catalina tiene un jardín de flores de forma circular que mide 3 m de radio. Ellos van a construir una acera alrededor del jardín cuya anchura mide 1 m. ¿Cuánto es el área de la acera?



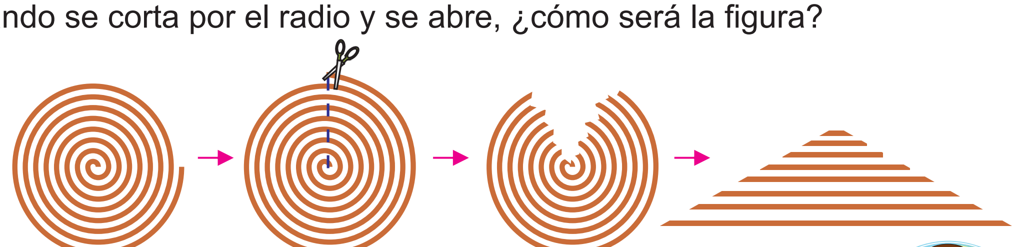
b) Boris construyó un círculo y un cuadrado con dos alambres que miden 62.8 m cada uno. ¿Cuál figura tiene más área y cuánto más?

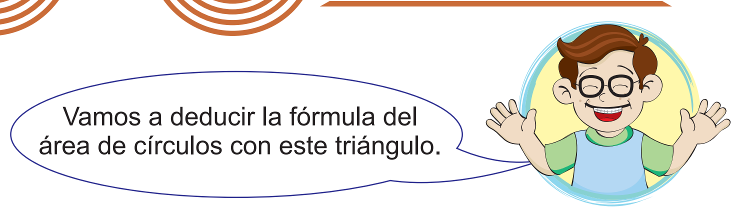
c) En una esquina de un cerco rectangular, un caballo está amarrado con un lazo de 15 m. Encuentra el área de la región en donde el caballo puede comer hierbas.



¡Intentémoslo!

Hay una cuerda enrollada de manera que forma un disco circular. Cuando se corta por el radio y se abre, ¿cómo será la figura?





Unidad 6

Representemos datos con varias gráficas

Recordemos

Trabaja en tu cuaderno.

1. Traza en tu cuaderno ángulos que midan:

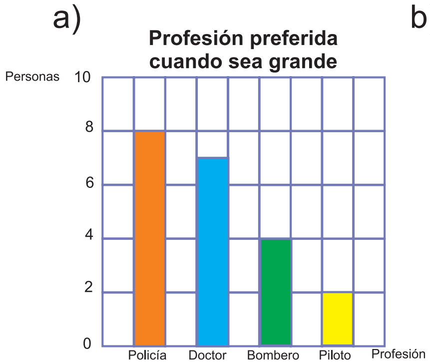
b) 85º c) 125º d) 175º e) 240º

2. ¿Cuál es el porcentaje para los siguientes datos? Redondea las respuestas hasta las décimas.

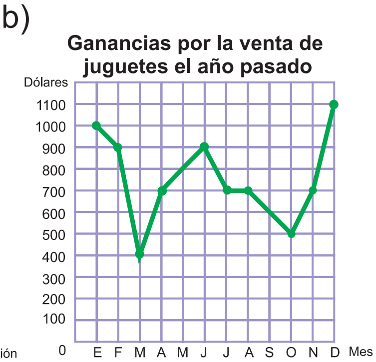
a) 5 niños de 50 b) 20 naranjas de 15 c) 15 tarjetas de 46 d) 14 chibolas de 32

3. Escribe 2 preguntas para cada gráfica y respóndelas.

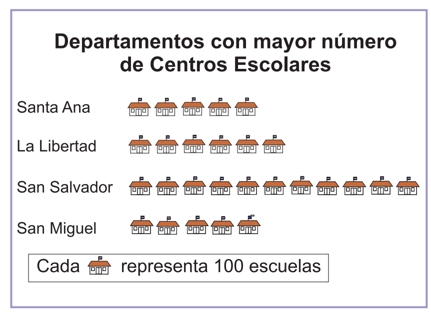
a)



b)



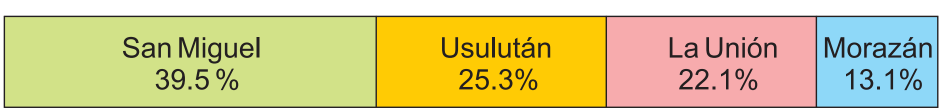
c)



Lección 1 Interpretemos gráficas

A. Gaby encontró la siguiente gráfica en un libro de Estudios Sociales.

Distribución poblacional en el 2006 de la Zona Oriental de El Salvador



Fuente: Dirección Nacional de Estadísticas y Censos 2006.

A1. ¿Cuál es la diferencia entre esta gráfica y las que se encuentran en Recordemos?

Esta gráfica se llama **gráfica rectangular**. Se divide el rectángulo en partes que representan el porcentaje que corresponde a cada departamento.
El total de datos es el 100%.

A2. Contesta las preguntas sobre la gráfica **A**.

a) ¿Qué porcentaje correponde a San Miguel?

R: 39.5 %

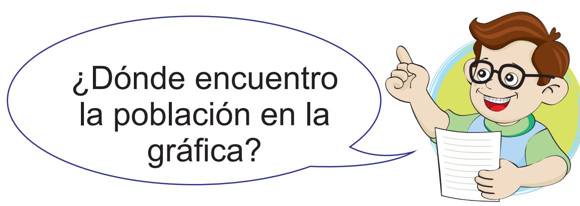
b) ¿Cuánto suman los porcentajes?

R: 100 %

c) ¿Cuál de estos departamentos tiene la menor población?

R: Morazán

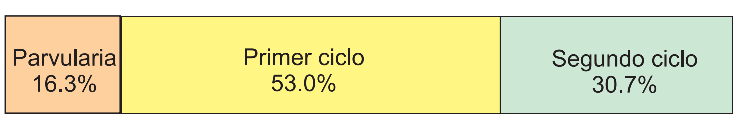
A3. ¿Se puede saber cuánta población tiene San Miguel?



En la gráfica rectangular se observa en porcentaje, la proporción de los departamentos que se comparan. Pero no se muestra la cantidad absoluta de habitantes.

1. Observa la gráfica y contesta en tu cuaderno.

Número de alumnos y alumnas del C.E. de Josué

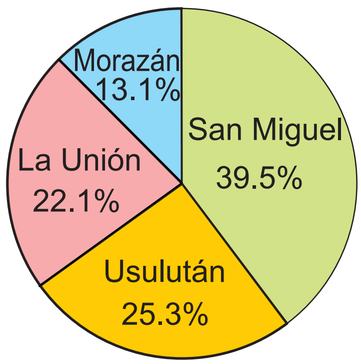


a) ¿En qué porción de la gráfica está la mayor cantidad de estudiantes?

b) ¿Qué porcentaje corresponde al sector con la menor cantidad de estudiantes?

B. Observa otra gráfica.

Distribución poblacional en el 2006 de la Zona Oriental de El Salvador



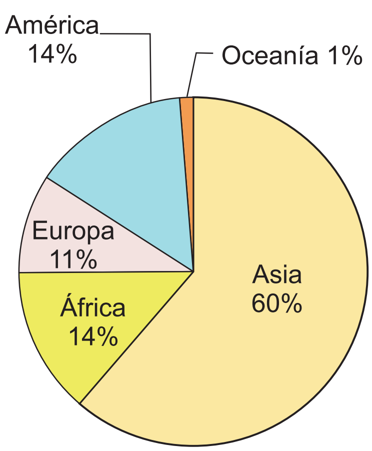
Fuente: Dirección Nacional de Estadísticas y Censos 2006.

B1. Compara con la gráfica rectangular de **A**.

Esta gráfica se llama **gráfica circular**. Al igual que la gráfica rectangular, la gráfica circular se utiliza para comparar los datos usando porcentajes.

2. Observa la gráfica y contesta en tu cuaderno.

Población del mundo por continente (2006)



Fuente: World Factbook 2006-2007

a) ¿Cuál continente tiene más población y qué tanto por ciento representa en la mundial?

b) ¿Qué lugar, ordenando de mayor a menor, ocupa la población de América?

¡Intentémoslo!

En la misma fuente del ejercicio **2** se muestra que la población mundial es aproximadamente 6,523,620,000.
¿Cuánta población tiene aproximadamente América?
Redondea la respuesta hasta las decenas de millar.

Lección 2 Elaboremos gráficas

A. Margarita investigó la matrícula de su Centro Escolar para saber en qué ciclo hay más estudiantes.

A1. ¿Qué tanto por ciento de la población representa segundo y tercer ciclo?

Matrícula del Centro Escolar

Ciclo	Cantidad	Por ciento (%)
Primer ciclo	210	42
Segundo ciclo	165	?
Tercer ciclo	125	?
Total	500	100

La fórmula para encontrar el por ciento es

$$\% = \frac{\text{dato}}{\text{total}} \text{ x } 100$$

A2. Vamos a construir la gráfica rectangular.

Pasos para construir la gráfica rectangular:

a) Encuentra los porcentajes de cada categoría y organízalos de mayor a menor. El total de estos debe ser 100 (%).

b) Decide la longitud del rectángulo que representa 100 %. Puedes tomar la medida de 10 cm.

c) Haz el rectángulo y escribe el título de la gráfica.

d) Divide los sectores según el porcentaje. Escribe el nombre y el por ciento de cada uno.

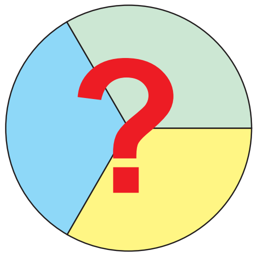
Si la gráfica mide 10 cm de largo, 42 % se representa con un sector que mide 4.2 cm porque se divide entre 10.

A3. Verifica la gráfica que elaboraste con esta.

Matrícula del Centro Escolar

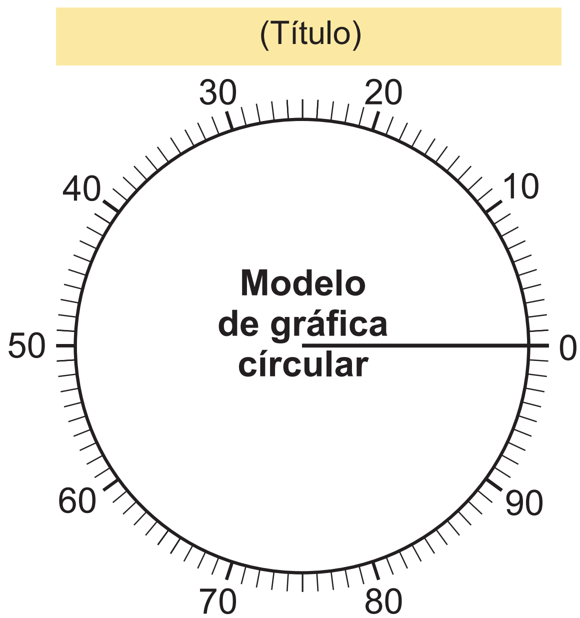
Primer ciclo 42 %	Segundo ciclo 33 %	Tercer ciclo 25 %

B. Piensa cómo construir la gráfica circular, utilizando los mismos datos de **A**.



La diferencia entre la gráfica rectangular y la gráfica circular es solamente la forma. Pero ¿cómo podemos representar los sectores del círculo?

B1. Elabora la gráfica circular de los datos de **A**, utilizando este modelo.



Pasos para construir la gráfica circular:

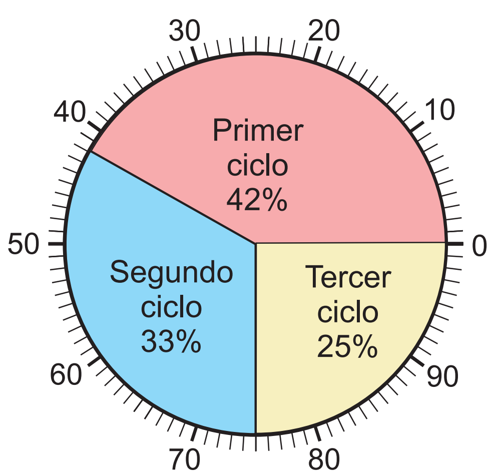
a) Encuentra los porcentajes de cada categoría cuyo total sea 100 (%), organizándolos de mayor a menor.

b) Calca el círculo y sus graduaciones.

c) Escribe el título de la gráfica y separa los sectores, según el porcentaje de cada una de las categorías.

d) Coloca el nombre y el porcentaje en los sectores.

Matrícula del Centro Escolar



B2. Compara y verifica la gráfica circular que elaboraste con esta que se te presenta.

B3. Encuentra mediante el cálculo, la medida del ángulo del sector de tercer ciclo.

El total del círculo es 100% y el tercer ciclo ocupa 25%.

PO: $\frac{360 \times 25}{100} = 90$

R: 90º

C. El almacén "La moda de Doña Vilma" quiere dar a conocer los artículos vendidos, utilizando una gráfica circular.

Artículos de venta	Cantidad	Porcentaje	Grados
Vestidos	320	?	?
Pantalones	250	?	?
Camisas	220	24	?
Blusas	110	?	?
Total	900	100	360

Vamos a elaborar la gráfica circular, sin usar el círculo dividido en porcentajes (modelo).

C1. Encuentra el porcentaje de cada artículo. Redondea la respuesta hasta las unidades.

C2. Encuentra la medida de ángulo de sector que corresponde a cada porcentaje. Vamos a pensar cómo resolver en el caso de camisas.

Michelle

Encuentro cuántos grados corresponden a 1 %.

$360 \div 100 = 3.6$

$3.6°$ corresponde a 1 %.

$3.6 \times 24 = 86.4$

R: 86.4 °

Silvio

Aplico la regla de tres.

Porcentaje		Grados
100	———	360
24	———	$\boxed{?}$

$$\boxed{?} = \frac{360 \times 24}{100} = \frac{8640}{100} = 86.4$$

R: 86.4º

C3. Encuentra los grados que corresponden a los otros artículos.

C4. Construye la gráfica circular en tu cuaderno, usando el transportador.

Si no tenemos los datos en porcentaje y grados, hay que calcularlos.

Pasos para construir la gráfica circular sin el modelo:

a) Encuentra los porcentajes y los grados que corresponden a cada sector.

b) Traza un círculo con el compás y escribe el título.

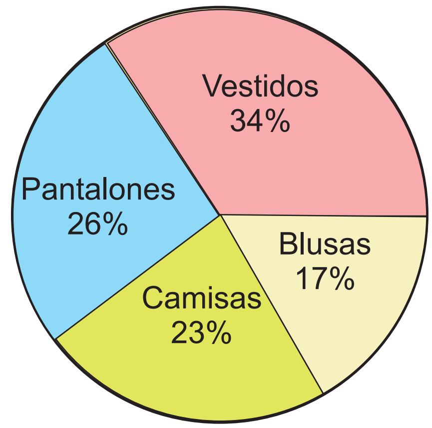
c) Parte el círculo en sectores, midiendo los grados encontrados.

c) Coloca el nombre del artículo y su porcentaje.

C5. Verifica si la gráfica que elaboraste en **C4**, es similar a la siguiente.

¿A ver si los ángulos miden igual a estos?

Artículos de venta en el almacén "Las modas de Doña Vilma"



1. Elabora una tabla, una gráfica rectangular y una gráfica circular con los datos siguientes.

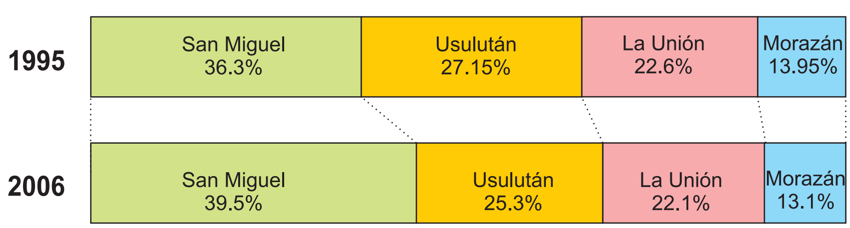
Estudiantes del C.E. "El Progreso" primer grado 25, segundo 23, tercero 20, cuarto 20, quinto 17 y sexto 10.

Sabías que...

La gráfica rectangular también se usa para comparar el cambio de porcentaje.

¿Puedes leer esta gráfica?

Distribución poblacional de la Zona Oriental de El Salvador en los años 1995 y 2006



Fuente: Dirección Nacional de Estadísticas y Censos 2006.

Se colocan 2 gráficas rectangulares y se observa la diferencia entre ellas.

¿Qué puedes observar con estas dos gráficas?

Lección 3 | Utilicemos varias gráficas

A. Santos hizo una investigación en internet, sobre el monto de exportación de los productos tradicionales y elaboró la tabla.

Monto de Exportación por producto tradicional de El Salvador (2005)

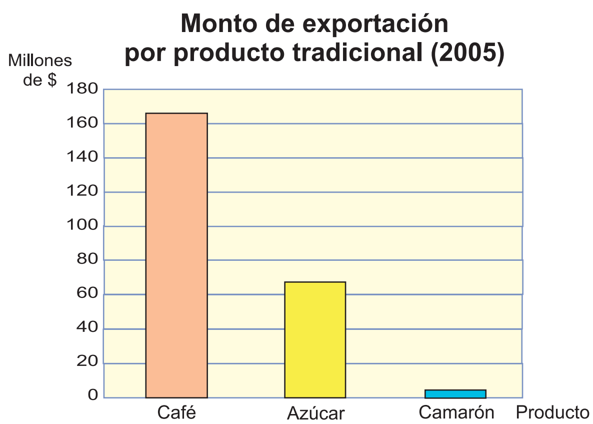
Producto	Monto (millones de $)
Café	164
Azúcar	67
Camarón	3

Fuente: Banco Central de Reserva

A1. ¿Con qué gráfica se pueden presentar estos datos?

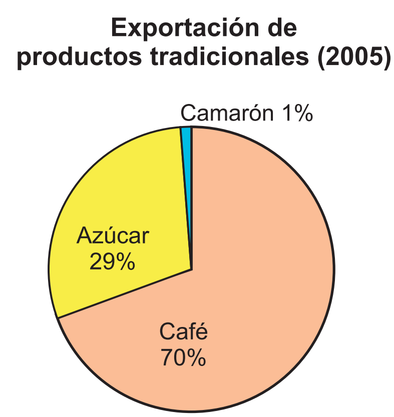
Nicolás

Hago una gráfica de barras.



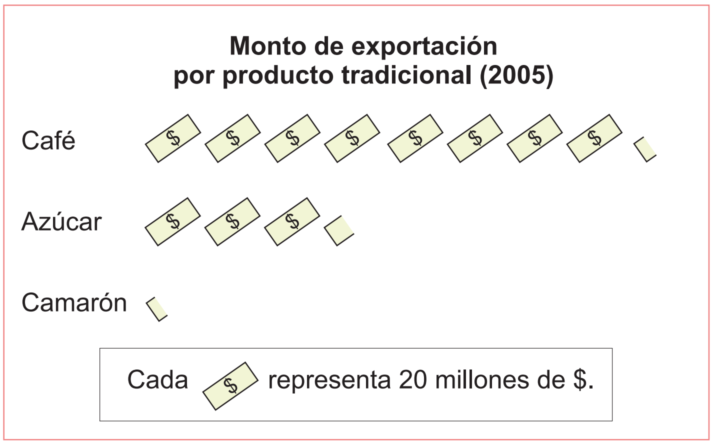
Celina

Puedo hacer una gráfica rectangular o circular, calculando el porcentaje de cada monto y el total.

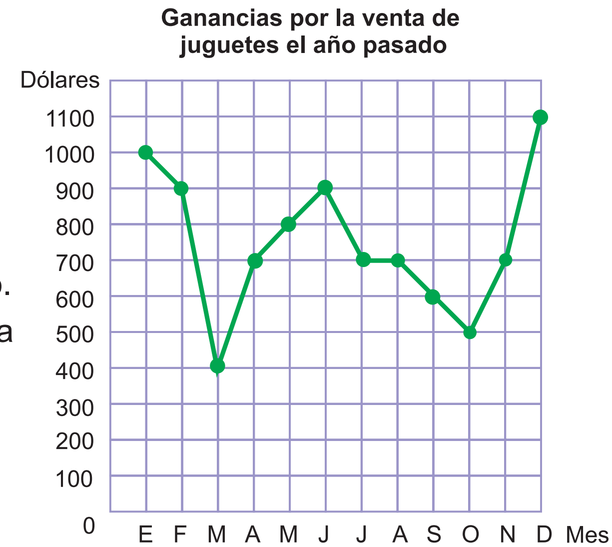


A2. ¿Se puede utilizar el pictograma para representarlos?

Sí, se puede comparar el monto de los 3 productos, utilizando una unidad común.



En el pictograma se usa un solo símbolo para representar la magnitud de las categorías, ¿verdad?



A3. ¿Podemos utilizar la gráfica de líneas para representar estos datos?

Sí, porque la gráfica de líneas se utiliza para expresar el cambio de un dato en el tiempo. Como en el caso, el cambio de ganancias en la venta de juguetes.

- La gráfica de barras se utiliza para comparar la magnitud de los datos. Entre ellos debe haber alguna característica común para ser comparados.
- El pictograma es para comparar un dato en diferentes condiciones.
- La gráfica de líneas se utiliza para ver el cambio de un dato en el tiempo.
- Las gráficas rectangular y circular sirven para comparar la proporción del dato con el total, utilizando el porcentaje.

1. Escoge la(s) gráfica(s) adecuada(s) para representar los siguientes datos.

Gráfica de barras	Pictograma
Gráfica de líneas	Gráfica rectangular / circular

a) El cambio de peso.

b) El área que ocupan la tierra y el mar en nuestro planeta, en porcentaje.

c) Las horas asignadas a cada materia por semana.

d) La población de los países centroamericanos.

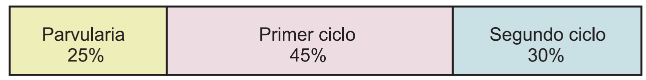
e) La proporción de la población de los países centroamericanos.

Ejercicios

Trabaja en tu cuaderno.

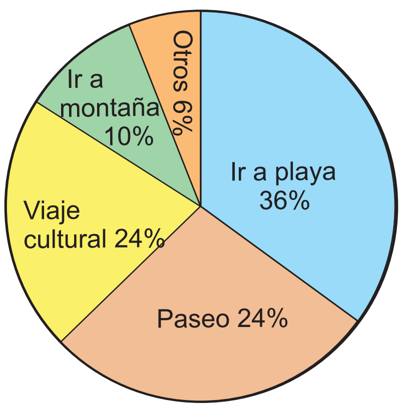
1. Observa la gráfica y contesta:

a) ¿En qué ciclo está la mayor cantidad de estudiantes?



b) ¿Qué porcentaje ocupa el sector que corresponde a la menor cantidad de estudiantes?

2. La sección de Carlos hizo una encuesta a los alumnos y alumnas de su centro escolar, sobre lo que prefieren hacer en vacaciones. Procesaron los datos obtenidos y elaboraron la gráfica circular.



a) Coloca el nombre adecuado a la gráfica circular.

b) Si el número de alumnos y alumnas entrevistados fue 150, ¿cuántos alumnos y alumnas contestaron que prefieren ir a la playa ?

c) Elabora la gráfica rectangular, usando los datos de esta gráfica circular.

3. Elabora la gráfica de barras y la gráfica circular de los siguientes datos. Redondea la población hasta la decena de millar y los porcentajes hasta las unidades.

La población del país para 2006 era de 6,667,309 habitantes, los cuales estaban distribuidos en las tres zonas geográficas siguientes:

Población del país por zona, en el 2006

Zona	Habitantes
Zona Occidental	1,499,128
Zona Central	3,786,885
Zona Oriental	1,381,296

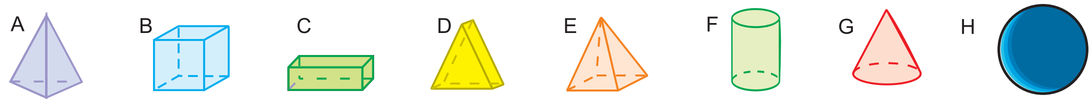
Fuente: DIGESTYC, 2006

Unidad 7

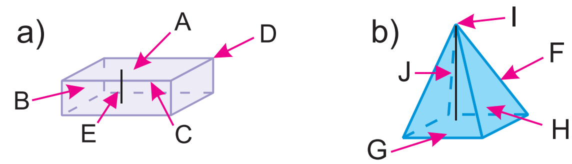
Construyamos sólidos geométricos y encontremos el volumen

Recordemos

1. ¿Cómo se llama cada sólido presentado?

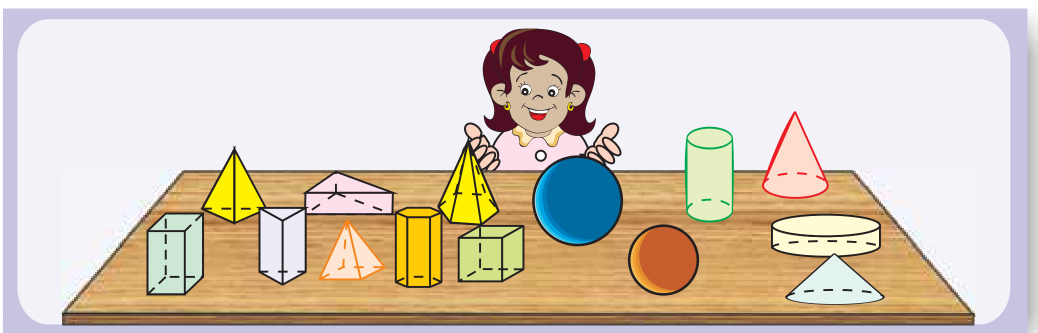


2. ¿Cómo se llama cada elemento indicado?



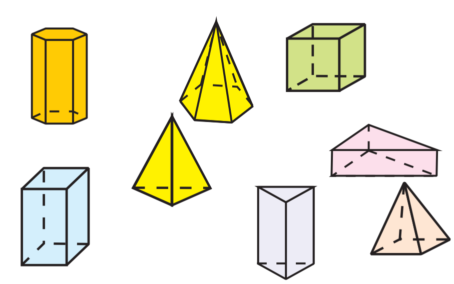
Lección 1 | Analicemos las características de los sólidos

A. Berta clasificó los sólidos en dos grupos.



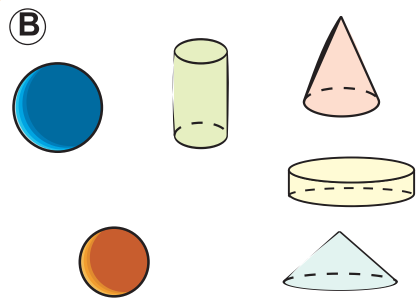
A1. Explica el criterio que usó Berta para agrupar los sólidos.

Ⓐ



Sólo tienen superficies planas (caras).

Ⓑ



Tiene una superficie curva.

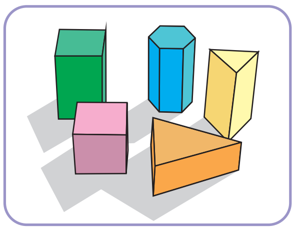
A2. Di el nombre de los sólidos que hay en cada grupo.

GrupoⒶ: Prismas, cubos y pirámides

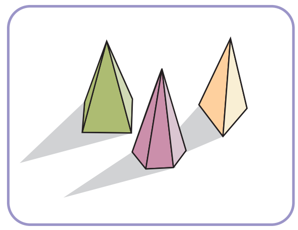
GrupoⒷ: Cilindros, conos y esferas

B. Karen clasificó los sólidos en cinco grupos.

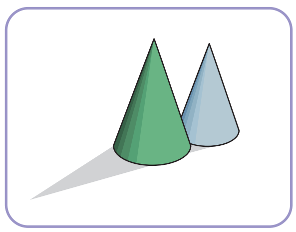
Prismas



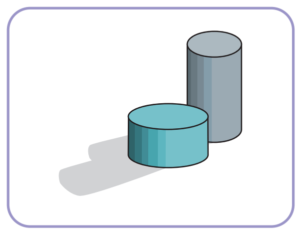
Pirámides



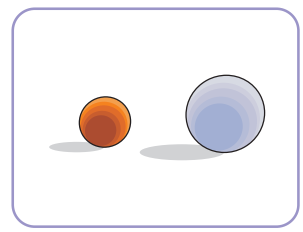
Conos



Cilindros



Esferas



B1. Prepara los sólidos para observarlos, encuentra las diferencias y semejanzas entre los grupos y regístralas en una tabla en tu cuaderno.

Ejemplo

Características	Prismas	Pirámides	Cilindros	Conos	Esferas
Están compuestas sólo por figuras planas.	✓	✓			

B2. Comenta lo registrado en la tabla, con tus compañeros y compañeras.

1. Di el nombre de los sólidos (prismas, pirámides, cilindros, conos o esferas) que corresponden a cada característica.

a) Tienen solo superficie curva.

b) Tienen dos bases.

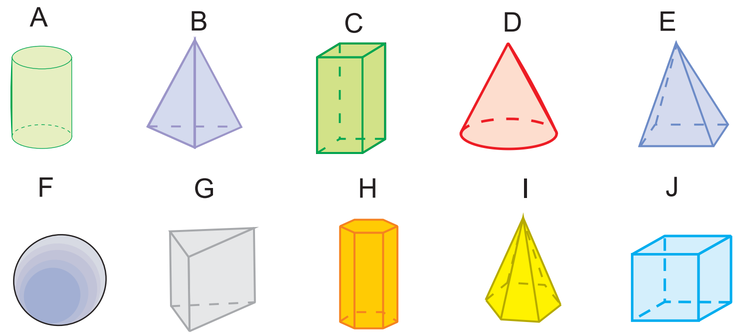
c) Tienen un vértice común.

d) Tienen base circular.

e) No tienen superficie curva.

f) Tienen arista curva.

C. Observa los siguientes sólidos.



C1. Encuentra las diferencias y semejanzas y regístralas en una tabla.
Ejemplo:

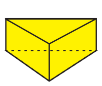
Características	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Tiene cara lateral triangular.										

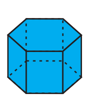
C2. Expresa e intercambia los resultados con tus compañeros y compañeras.

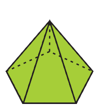
Las características sirven para identificar los sólidos.
Hay varios puntos de vista para encontrar las características:

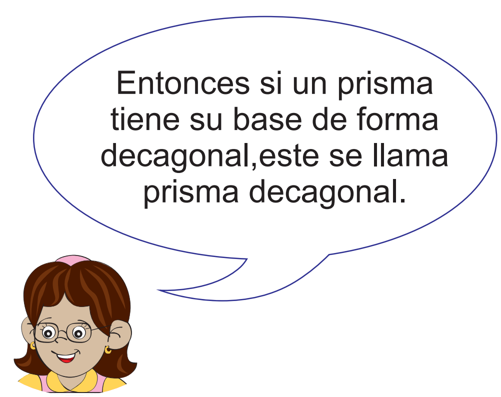
- Forma de la base y la cara lateral.
- Cantidad de bases, caras laterales, aristas y vértices.
- Relación (paralela y perpendicular) entre caras y aristas.
- Forma que se observa del sólido desde un lado y desde arriba, etc.

Los prismas y pirámides, reciben su nombre por la forma de la base y número de caras laterales por ejemplo:


Prisma triangular.


Prisma hexagonal.

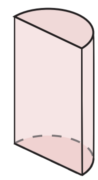

Pirámide pentagonal.



C3. Juega a la adivinanza de los sólidos con tu compañero o compañera.

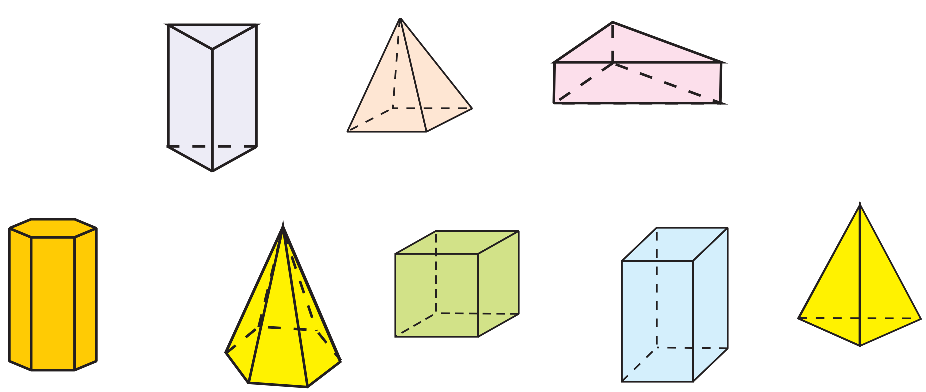
Instrucciones
1. Una persona dice tres características como pistas de un sólido.
2. Otra persona adivina cuál es el sólido.
3. Intercambian los papeles y continúan con el juego.

2. Describe las características del siguiente sólido.

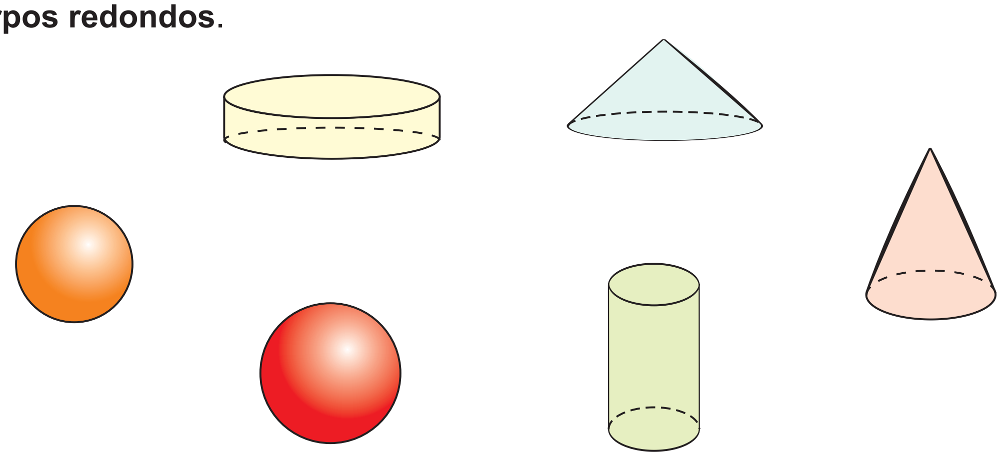


Sabías que...

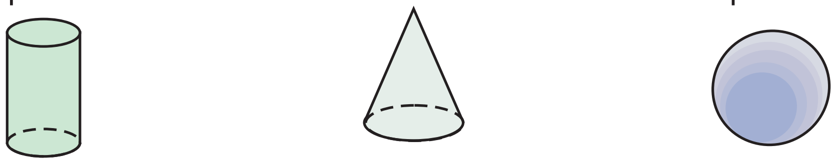
A los sólidos que tienen solamente superficies planas (o caras) se les llama **poliedros.**



A los sólidos que tienen por lo menos una superficie curva se les llama **cuerpos redondos**.

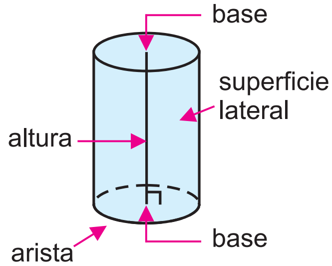


D. Gustavo quiere conocer los elementos de los sólidos con superficie curva.



D1. Observa cómo es cada sólido y confirma sus elementos.

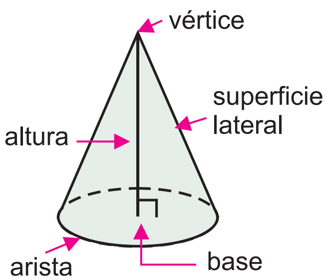
Cilindro



El cilindro es un sólido geométrico formado por dos caras y una superficie curva.

- Cada una de las caras opuestas se llama **base**.
- Las bases son las regiones circulares paralelas del mismo tamaño.
- La superficie curva se llama **superficie lateral**.
- La longitud del segmento perpendicular a las bases se llama **altura**.

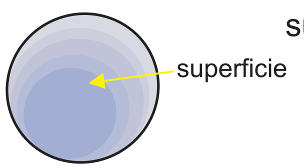
Cono



El cono es un sólido geométrico formado por una cara y una superficie curva.

- La cara de abajo se llama **base**.
- La base es la región circular.
- La superficie curva se llama **superficie lateral** y termina en un punto llamado **vértice**.
- La longitud del segmento perpendicular a la base que se traza desde el vértice se llama **altura**.

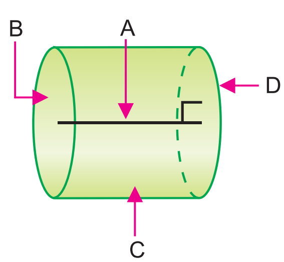
Esfera



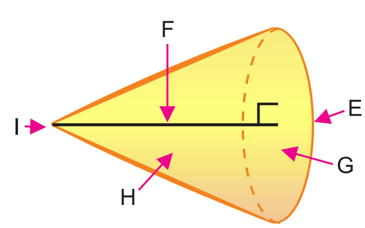
La esfera es un sólido geométrico formado por una superficie curva.

3. Di el nombre del elemento señalado en cada sólido.

a)



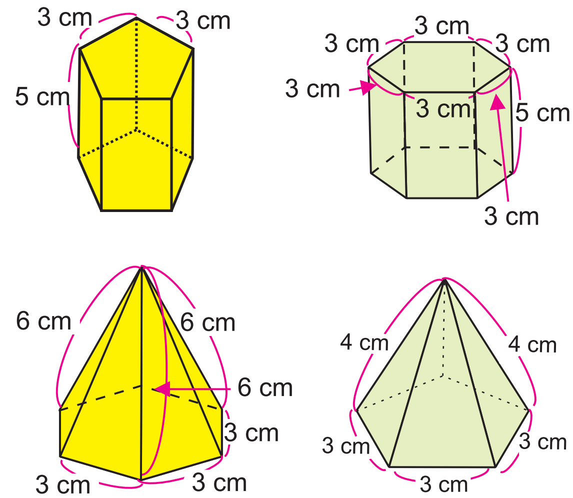
b)



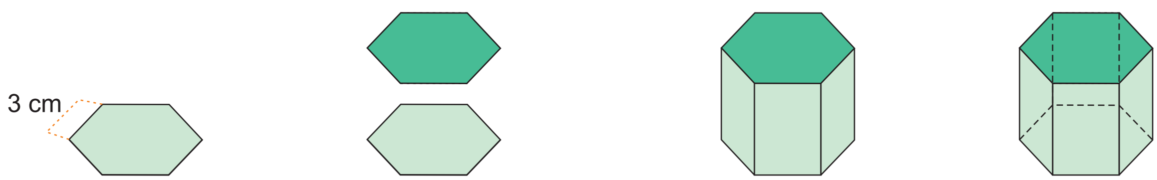
Lección 2 Dibujemos sólidos

A. Jorge dibujó prismas y pirámides de la siguiente manera.

El sólido se observa mejor si se representan las aristas ocultas con líneas punteadas.



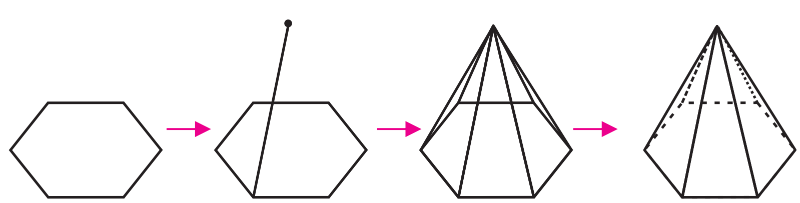
A1. Observa los prismas y piensa cómo dibujar el prisma hexagonal.



Dibuja una de las bases.	Traslada la figura 5 cm hacia arriba para obtener la otra base.	Une con segmentos los vértices de las aristas que se ven.	Utiliza segmentos punteados para las aristas ocultas.

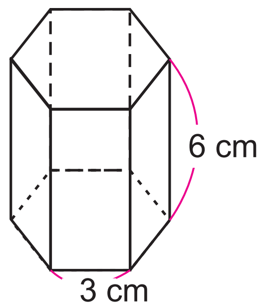
A2. Dibuja la pirámide hexágonal.

Es más fácil empezar primero con la base y unir con el vértice común. Luego se cambian los segmentos de las aristas ocultas a segmentos punteados.

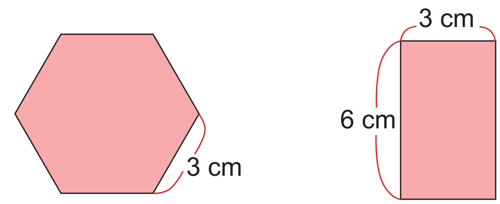


Lección 3 Elaboremos patrones de prismas y pirámides

A. Vamos a construir un prisma hexagonal.



A1. Observa qué forma tienen las caras y cuántas son.

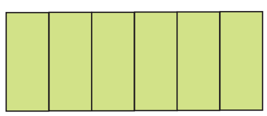


2 hexágonos (bases)

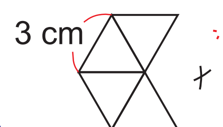
6 rectángulos (caras laterales)

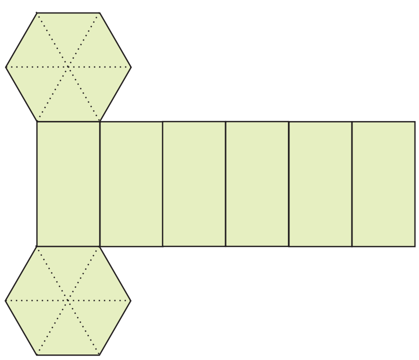
A2. Piensa en la forma de elaborar el patrón.

Es más fácil si dibujas primero los 6 rectángulos.



Puedes dibujar el hexágono de la base construyendo seis triángulos equiláteros con el compás.

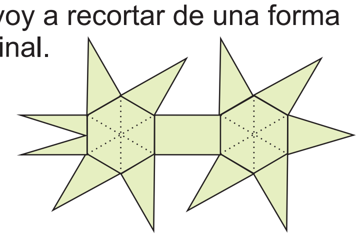




Si no te salió el prisma hexagonal, verifica si el patrón está bien elaborado.

A3. Recorta el prisma hexagonal que construiste para obtener un patrón diferente al que elaboraste.

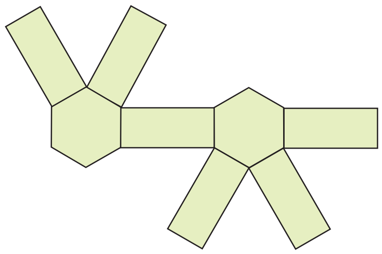
Yo voy a recortar de una forma original.



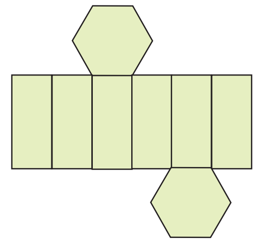
A4. Participa en la exposición de los patrones obtenidos.

B. David observa los patrones de prismas hexagonales que dibujaron sus compañeros y descubre que uno no es correcto.

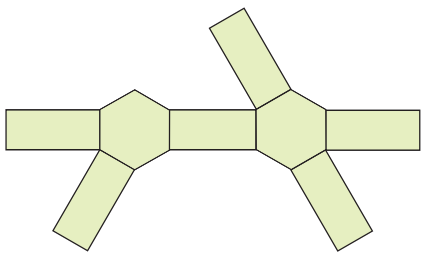
a)



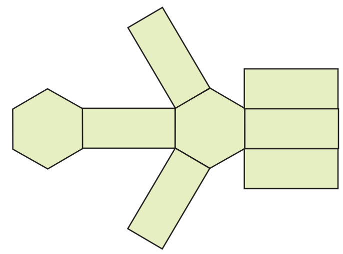
b)



c)



d)

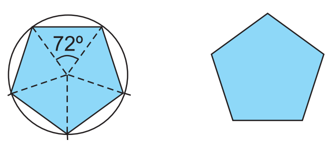


B1. Verifica con cuál de los patrones anteriores no se forma un prisma hexagonal.

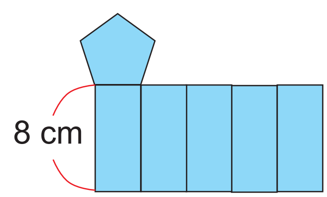
¡Intentémoslo!

Dibuja un patrón de prisma pentagonal y construye el sólido.

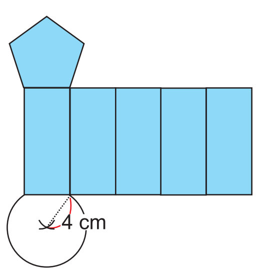
a) Dibuja una circunferencia de 4 cm de radio. Mide un ángulo interior de 72º (360 ÷ 5 = 72) para trazar el primer sector. Da al compás una abertura igual a la longitud de la cuerda del sector para trazar los otros lados del pentágono.



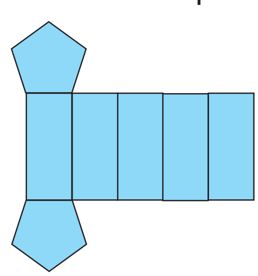
b) Traza los 5 rectángulos con un largo de 8 cm.



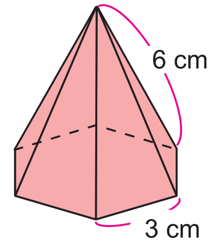
c) Encuentra el centro del otro pentágono dando al compás una abertura de 4 cm para ubicar el centro de la circunferencia.



d) Dibuja el otro pentágono dando al compás una abertura igual a la base del rectángulo y marca los otros lados del pentágono.

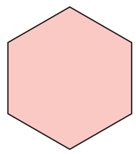


C. Vamos a construir una pirámide hexagonal.

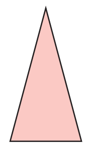


C1. Piensa cómo es el patrón de esta pirámide.

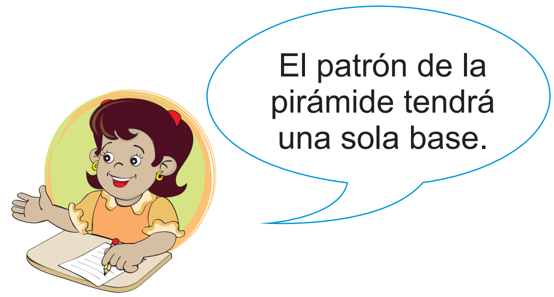
¿Qué forma tienen las caras y cuántas son?



1 hexágono
(base)



6 triángulos
(caras laterales)



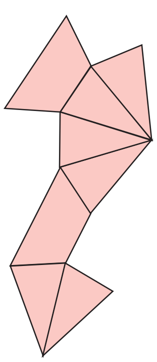
C2. Dibuja en cartulina el patrón de la pirámide hexagonal y constrúyela.

C3. Encuentra diferentes patrones, recortando la pirámide construida. creativamente.

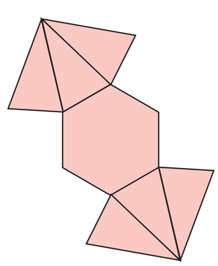
C4. Participa en la exposición de los patrones obtenidos.

C5. Verifica cuales patrones no forman una pirámide hexagonal.

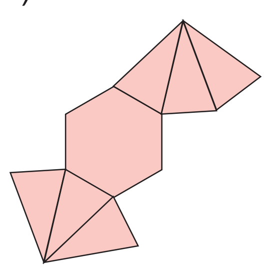
a)



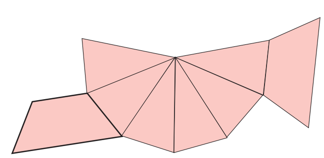
b)



c)

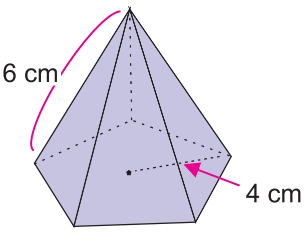


d)

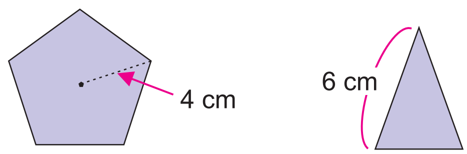


¡Intentémoslo!

Construye el patrón de la pirámide pentagonal,
aplicando la forma de dibujar diferentes patrones aprendidos.



1. Piensa cómo es el patrón de esta pirámide.
¿Qué forma tienen las caras y cuántas son?



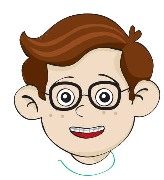
1 pentágono (base) y 5 triángulos (caras laterales)

2. Piensa en qué orden puedes trazar las caras.

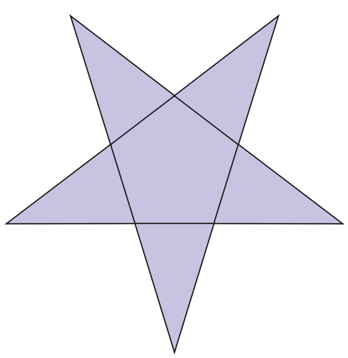
Para la pirámide hexagonal trazamos primero la base.

3. Construye el patrón.

Ya sabemos cómo se traza el pentágono, ¿verdad?



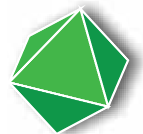
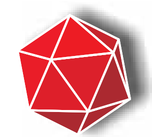
4. Compara el patrón que elaboraste con éste.



¿Sabías que el patrón de la pirámide pentagonal tiene forma de estrella?

Nos divertimos

- Vamos a construir sólidos usando triángulos equiláteros.

de 4 caras  de 8 caras  de 20 caras 

Materiales: Cartulina, cinta adhesiva o tirro, regla, compás, tijera, marcador negro.

Instrucciones:

1. Dibuja 32 triángulos equiláteros cuyos lados miden 5 cm. (Busca la forma más fácil y conveniente para dibujarlos)
2. Construye cada poliedro pegando los triángulos equiláteros con la cinta adhesiva o tirro.

- Vamos a transformar el poliedro de 20 caras en una pelota de fútbol.

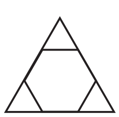
1. Pinta los vértices en negro para que se parezca a la pelota de fútbol.
2. Recorta esas partes pintadas.

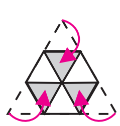
¿Con qué figuras está formada la pelota?
¿Cuántas de cada figura se necesita para formar una pelota de fútbol?

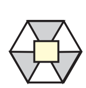
Vamos a construir la pelota de fútbol con hexágonos regulares.
Materiales: cartulina, cinta adhesiva o tirro, regla, compás, tijera.

Instrucciones:

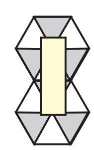
1. Haz 20 hexágonos regulares usando triángulos equiláteros.


Triángulo equilátero

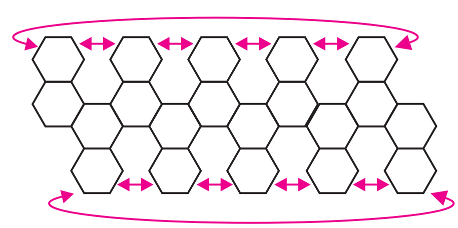

Doblar


Pegar con la cinta

2. Pega de 2 en 2 los hexágonos y obten 10 pares de ellos.

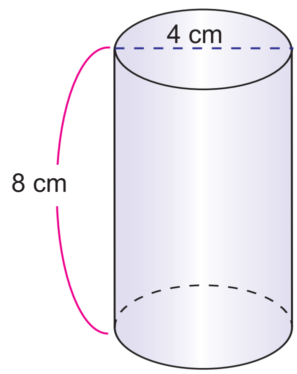


3. Une los 10 pares de hexágonos como se muestra en el dibujo de abajo.



Lección 4 | Elaboremos patrones de cilindros y conos

A. Vamos a construir un cilindro.



A1. Piensa cómo es el patrón del cilindro.

a) ¿Qué forma tienen las bases?
R: De círculo

b) ¿Qué forma tiene la superficie lateral cuando se abre?
R: De rectángulo

A2. Despega las caras del cilindro y extiende la superficie.

c) ¿Qué medidas necesitas para dibujar el patrón del cilindro?

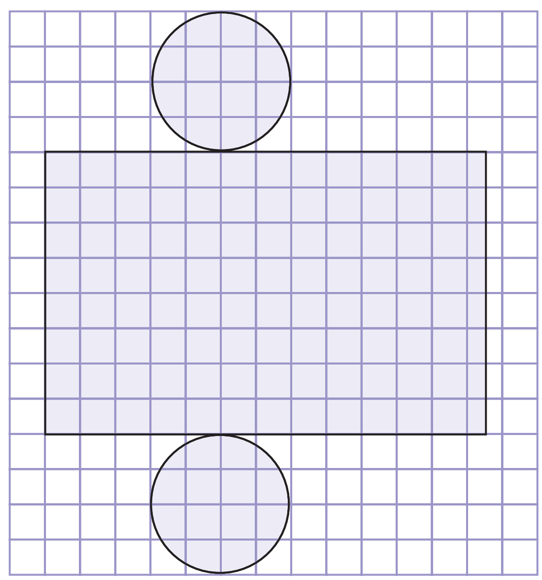
R: La altura, los radios de las bases y el largo del rectángulo.

A3. Encuentra el largo del rectángulo.

El largo del rectángulo mide igual a la longitud de la circunferencia de la base.
Su longitud es:

PO: 4 x 3.14 = 12.56

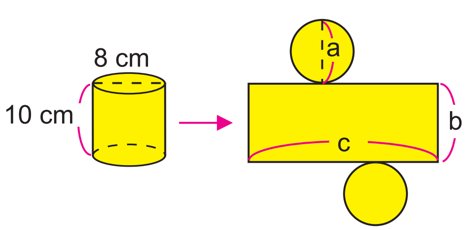
R: 12.56 cm



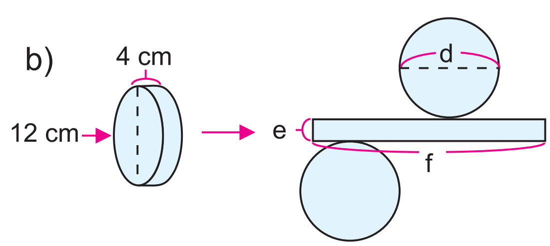
A4. Dibuja el patrón y construye el cilindro.

1. Encuentra la longitud de cada parte indicada en el patrón correspondiente.

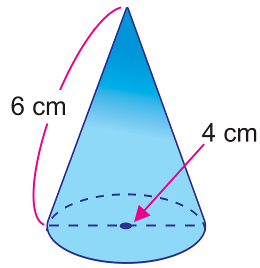
a)



b)



B. Vamos a construir el patrón del cono.



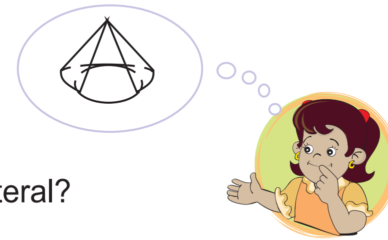
B1. Piensa cómo es el patrón del cono

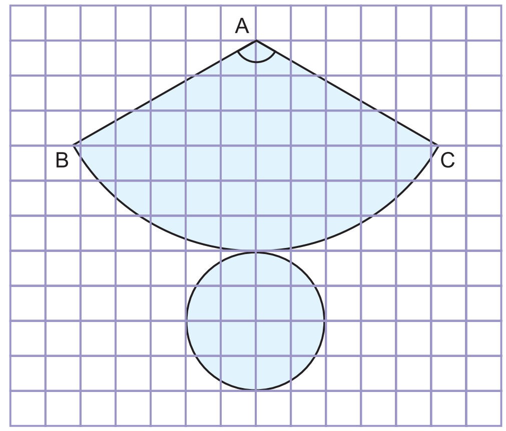
a) ¿Qué forma tiene la base?

R: De círculo

b) ¿Qué forma tiene la superficie lateral?

R: De sector circular

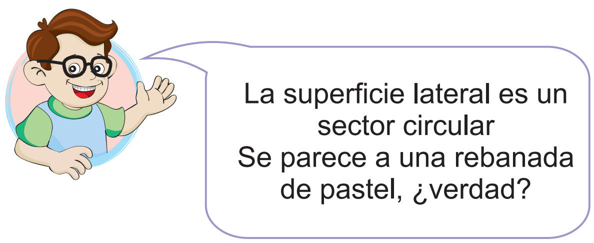




B2. ¿Qué necesitas para dibujar el sector BAC?

a) La longitud del radio AB (6 cm)

b) La longitud de BC y el ángulo central BAC



B3. Piensa cómo encontrar el ángulo central del sector BAC.

a) Calcula la longitud de la circunferencia de la base para encontrar la longitud de arco del sector.
4 x 3.14 = 12.56

b) Encuentra la longitud de la circunferencia con radio igual al sector.
6 x 2 x 3.14 = 37.68

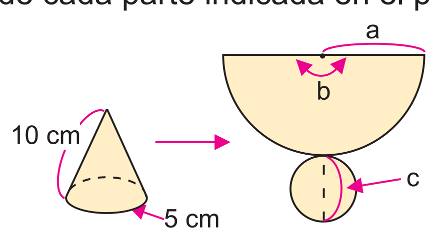
c) Divide las circunferencias para encontrar cuántas veces es mayor una que la otra.
37.68 ÷ 12.56 = 3

d) Divide 360º entre la cantidad de veces para obtener el ángulo central.
360 ÷ 3 = 120

R: 120º

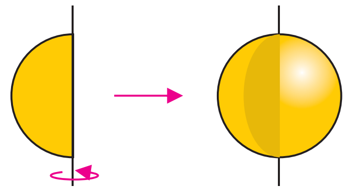
B4. Dibuja en cartulina el patrón y construye el cono.

2. Encuentra la longitud de cada parte indicada en el patrón.

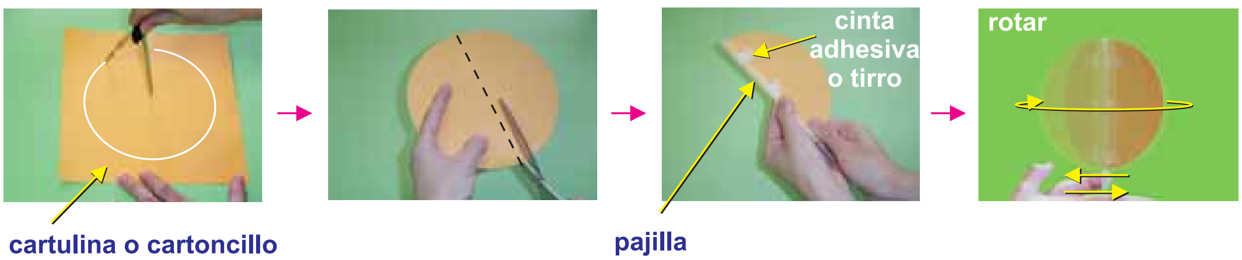


Nos divertimos

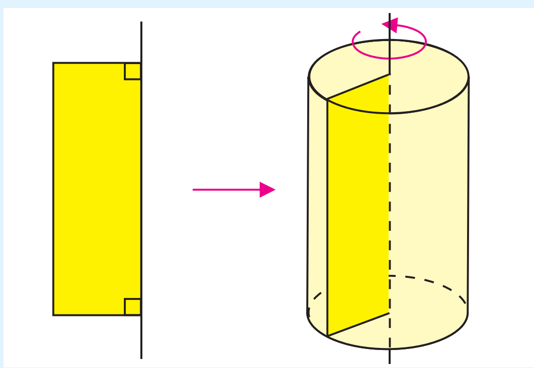
Cuando se gira un semicírculo en torno a un eje, se obtiene una esfera por revolución.



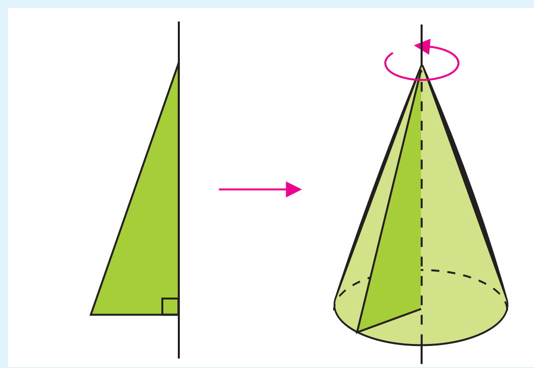
Haga el modelo de un eje con un semicírculo y compruebe si se forma una esfera.



Cuando se gira un rectángulo en torno a un eje, se obtiene un cilindro.

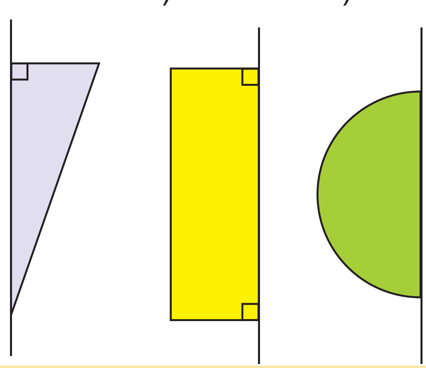


Cuando se gira un triángulo rectángulo en torno a un eje, se obtiene un cono.



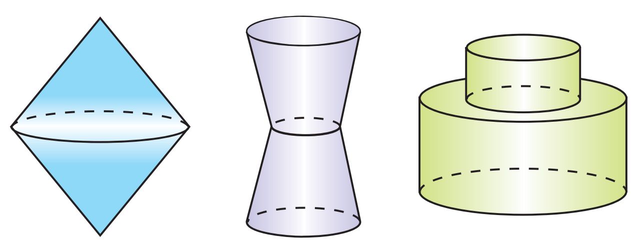
1 Di qué sólido se obtendrá cuando se gire cada figura plana.

a) b) c)



2 Dibuja en el cuaderno las figuras planas que formaron los siguientes sólidos de revolución.

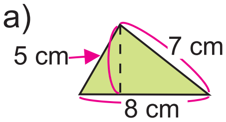
a) b) c)

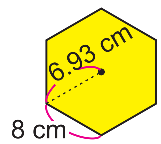


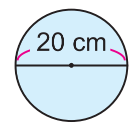
Recordemos

Trabaja en tu cuaderno.

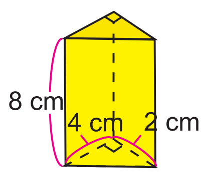
1. Encuentra el área de las siguientes figuras.

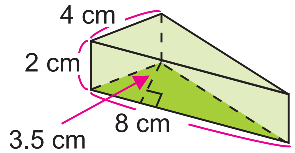
a) 

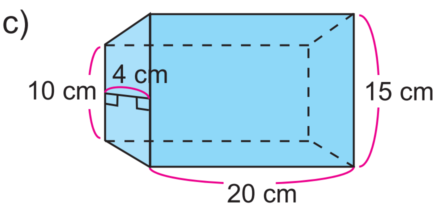
b) 

c) 

2. Encuentra el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.

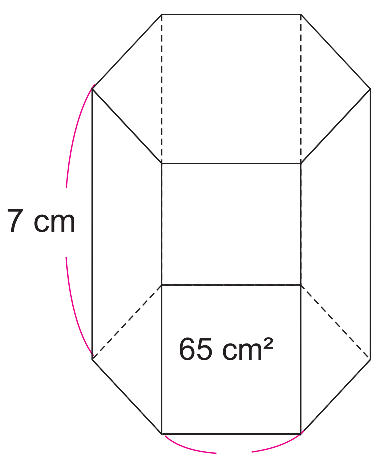
a) 

b) 

c) 

Lección 5 | Calculemos el volumen de prismas y cilindros

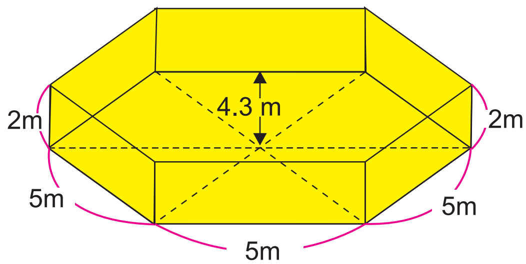
A. Don Manuel tiene una cisterna en forma de prisma hexagonal.



A1. Piensa en la forma de encontrar el volumen.

PO: 65 x 7 = 455
R: 455 cm³

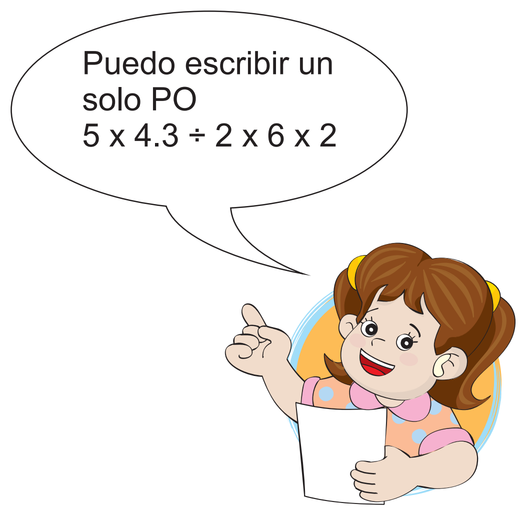
B. ¿Cuál es el volumen de una piscina con forma de prisma hexagonal?



B1. Encuentra el área de la base.

PO: 5 x 4.3 ÷ 2 x 6 = 64.5

R: 64.5 m^2



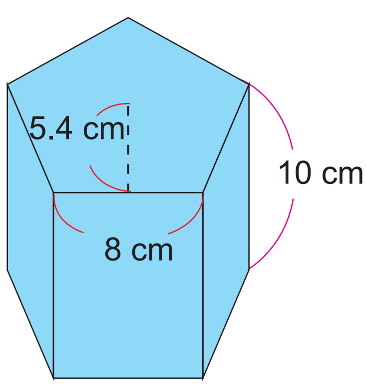
B2. Encuentra el volumen del prisma.

PO: 64.5 x 2 = 129

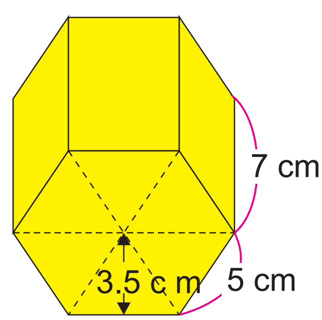
R: 129 m^3

1. Calcula el volumen de los siguientes prismas.

a)

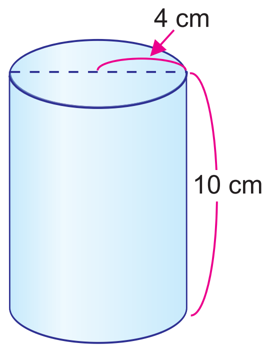


b)

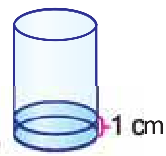


C. Observa las medidas del cilindro.

C1. Piensa en la forma de encontrar el volumen del cilindro.



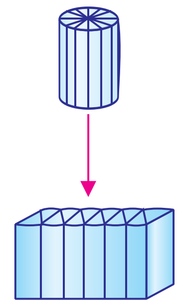
Mariana



El volumen del cilindro con 1 cm de altura es igual al número del área de la base. Entonces...

Isaac

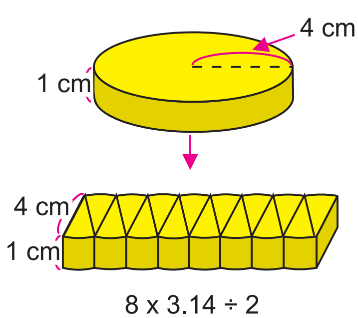
Igual que en el caso del área del círculo, transformaré este cilindro en prisma rectangular. Entonces...



PO: 4 x 4 x 3.14 x 10 = 502.4
R: 502.4 cm^3

PO: 8 x 3.14 ÷ 2 x 4 x 10 = 502.4
R: 502.4 cm^3

C2. Comprueba si se puede usar el área de la base para representar el volumen de un cilindro de 1 cm de altura.



a) ¿Cuánto mide el área de la base?

4 x 4 x 3.14 = 50.24 cm^2

b) ¿Cuánto mide el volumen?

8 x 3.14 ÷ 2 x 4 x 1 = 50.24 cm^3

c) ¿Cómo son los resultados?

Aparece el mismo número en el resultado de ambos cálculos, igual que en el caso de los prismas.

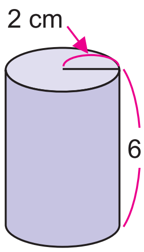
El volumen del cilindro, se encuentra con la siguiente fórmula:

volumen = radio x radio x π x altura

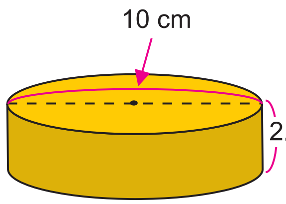
Para el cilindro también es aplicable la fórmula del volumen: área de la base x altura.

2. Calcula el volumen de los siguientes cilindros.

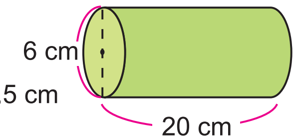
a)



b)



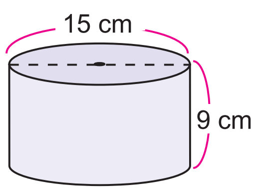
c)



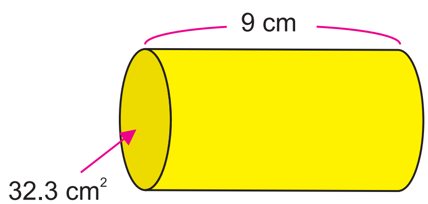
d) Un cilindro en el que la base tiene un área de 42 cm^2, y su altura es de 7 cm.

3. Calcula el volumen de los siguientes sólidos.

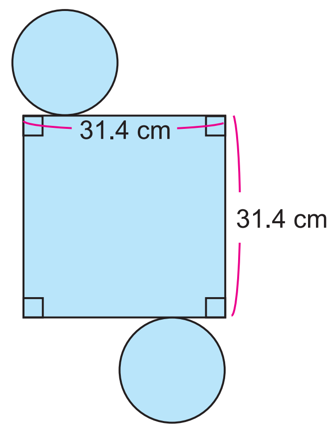
a)



b)



c)



4. Resuelve.

a). Un tanque de captación de agua mide 3.5 m de radio y tiene una altura de 4 m. ¿Cuál es su volumen?

b). Un carrete de hilo de forma cilíndrica mide 2 cm de radio 5 cm de altura, ¿Cuál es su volumen?

c). Un recipiente de leche en polvo tiene 7 cm de radio y 12 cm de altura. ¿Cuál es su volumen?

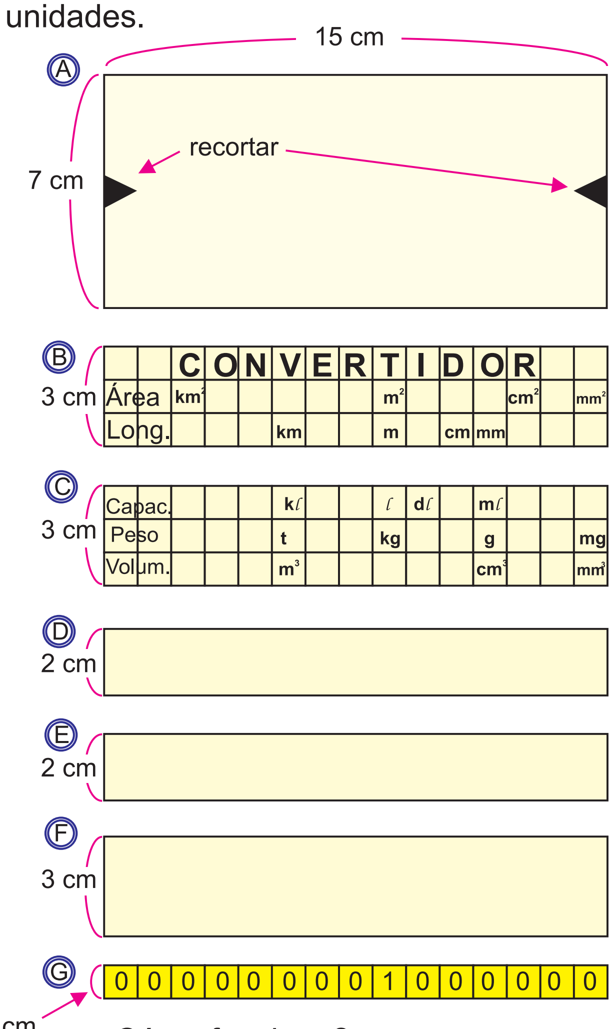
Intentémoslo

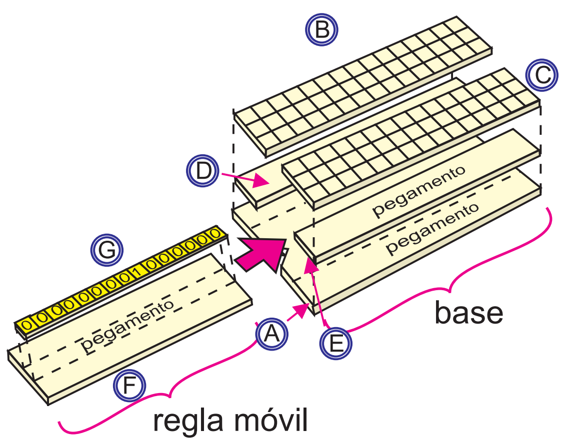
- Vamos a construir un convertidor de unidades.

Materiales:
Cartoncillo (por lo menos de 15 cm x 21 cm), tijera, regla, pegamento.

Instrucciones:

1. Recortar en cartoncillo las siete piezas rectangulares (A~G) de la derecha.
2. Trazar las cuadrículas de 1 cm en B, C y G, y escribir los títulos, las unidades y los números en los lugares indicados por el dibujo.
3. Pegar D y E encima de A de modo que queden 3 cm de espacio entre ellas.
4. Pegar B y C encima de D y E respectivamente de modo que quede 1 cm de espacio entre ellas.
5. Pegar G en el centro de F para que sean la regla móvil.
6. Introducir la regla móvil en la base.

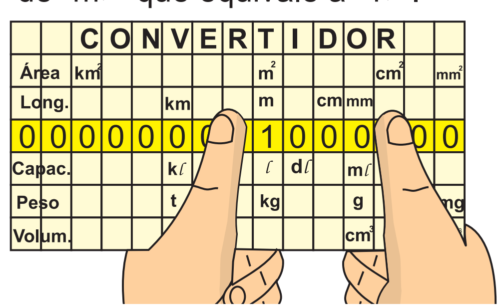




¿Cómo funciona?
Ejemplo : Para saber la equivalencia entre "ℓ" y "mℓ".

Mover la regla móvil de modo que el 1 esté en la posición de "ℓ".
Poner los dedos pulgares al lado de "ℓ" y "mℓ".

En la regla móvil aparece la cantidad de "mℓ" que equivale a "1ℓ".



Tercer Trimestre

Unidad 8

Estudiemos proporcionalidades

Recordemos

Trabaja en tu cuaderno.

1. Reduce las siguientes razones.

a) 3 : 15 b) 36 : 54 c) 25 : 4

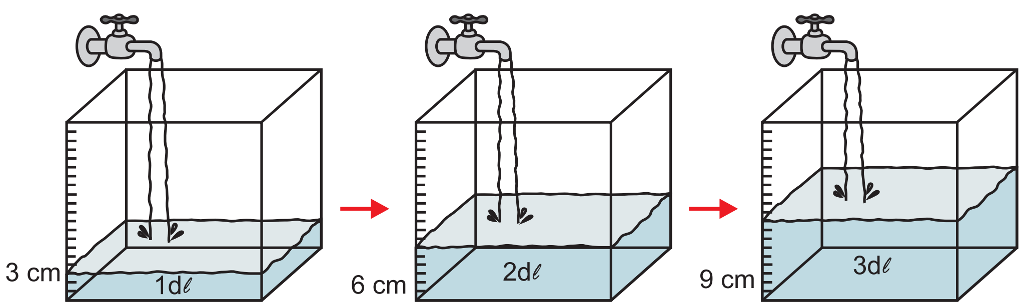
2. Encuentra el número $\boxed{?}$ utilizando la regla de tres.

a) $10 : \boxed{?} = 2 : 3$ b) $5 : 2 = 3 : \boxed{?}$

c) $7.5 : 5 = \boxed{?} : 4$ d) $\boxed{?} : \frac{2}{3} = 9 : 5$

Lección 1 Investiguemos la proporcionalidad directa

A. Carlos observó cómo se llena con agua un recipiente y se pregunta ¿hay relación entre la cantidad de agua y la profundidad?



Cuando la cantidad de agua aumenta también aumenta la profundidad.

A1. Observa en una tabla las medidas de la cantidad de agua depositada en el recipiente en dℓ y de la profundidad alcanzada en cm.

Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	5	6
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	15	18

¿Qué respondes a Carlos?

A2. Compara las medidas de la cantidad de agua y profundidad.

Aumenta 3 veces
Aumenta 2 veces
Duplica la cantidad

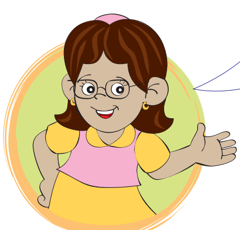
Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	5	6
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	15	18

Aumenta 2 veces
Aumenta 3 veces
Duplica la cantidad

La cantidad de agua representada en dℓ y la profundidad representada en cm aumentan en la misma proporción.

Cuando dos cantidades cambian, de tal forma que al aumentar una de ellas por un factor (2, 3,...,) la otra aumenta por el mismo factor; estas son **directamente proporcionales.**

La profundidad del agua en el recipiente es **directamente proporcional** a la cantidad de agua depositada.



Las relaciones entre los números me hace recordar la proporción...

Tantas veces　Tantas veces

□ : △ = □ : △

En esta tabla siempre se mantiene la equivalencia entre diferentes razones.

1 : 3 = 2 : 6 = 3 : 9 = ...

1. Escribe en tu cuaderno sustituyendo $\boxed{a}$ y $\boxed{b}$ por números.

Relación entre el número de hojas y su espesor en cm.

x $\boxed{b}$
x 3

Número de hojas	20	40	60	80
Espesor (cm)	2	4	6	8

x $\boxed{a}$
x $\frac{1}{2}$

B. Carlos quiere saber qué cantidad de agua necesita para que la profundidad sea 30 cm.

B1. Piensa cómo se puede saber la cantidad de agua.

Manuel

Si la profundidad aumenta 10 veces, aumenta 10 veces la cantidad de agua.

Las cantidades cambian de tal forma que al aumentar una de ella por un factor, la otra aumenta por el mismo factor.

x 10

x 4

Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	...	$\boxed{?}$
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	...	30

x 4

x 10

PO: 1 x 10 = 10

R: 10 dℓ de agua

Vilma

La razón entre las dos magnitudes es siempre igual.

Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	...	$\boxed{?}$
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	...	30

$\frac{3}{1} = 3 \quad \frac{6}{2} = 3 \quad \frac{9}{3} = 3 \quad \frac{12}{4} = 3 \quad \frac{30}{\boxed{?}} = 3$

Podemos dividir la profundidad entre el resultado de la razón para encontrar la cantidad de agua:

$\frac{3}{3} = 1 \quad \frac{6}{3} = 2 \quad \frac{9}{3} = 3 \quad \frac{12}{3} = 4$

PO: $\frac{30}{3}$ = 30 ÷ 3 = 10

R: 10 dℓ de agua

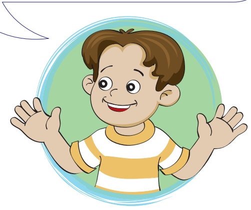
B2. Resuelve utilizando la regla de tres.

Cantidad en $d\ell$		Profundidad en cm
1	————	3
$\boxed{?}$	————	30

$$\boxed{?} = \frac{1 \times 30}{3} = 10$$

Se multiplica en diagonal y el producto se divide entre el tercer número conocido.

Puedes escribir primero la profundidad, y multiplicar en diagonal.



Profundidad en cm		Cantidad en $d\ell$
3	————	1
30	————	$\boxed{?}$

$$\boxed{?} = \frac{1 \times 30}{3} = 10$$

En la regla de tres cuando la proporcionalidad es directa se multiplica en diagonal, es decir, extremo por extremo o medio por medio.

2. Resuelve en tu cuaderno.

Jorge está ahorrando cada mes la misma cantidad de dinero, como se ve en la tabla.

a) ¿Cuánto está ahorrando cada mes?

b) ¿En cuántos meses tendrá ahorrado 105 dólares?

c) ¿Cuánto tendrá ahorrado luego de 9 meses?

Cantidad de meses	1	2	3	4	...	?	...	9
Cantidad de dólares	?	30	45	60	...	105	...	?

Recordemos

Trabaja en tu cuaderno.

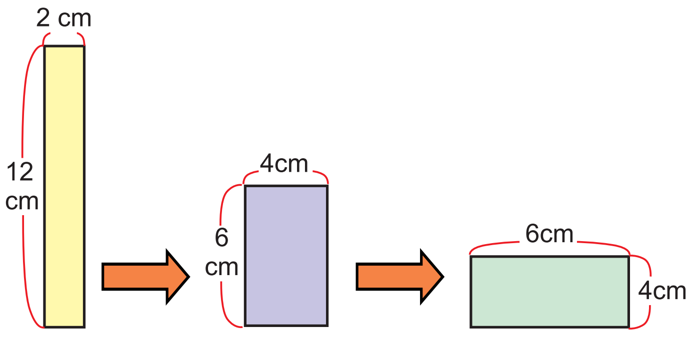
1. Escribe todos los divisores de los siguientes números.

a) 18 b) 24 c) 54

2. Encuentra la longitud de la base de un rectángulo, cuya altura es 3.5 cm y su área es 21 cm^2.

Lección 2 Investiguemos la proporcionalidad inversa

A. Observa en la secuencia los rectángulos cuya área mide 24 cm^2 y piensa en la relación entre la base y la altura.



Cuando la longitud de la base aumenta, la longitud de la altura disminuye.

A1. ¿Cómo son las áreas de los rectángulos?

Los rectángulos tienen la misma área pero diferente base y altura.

A2. Encuentra combinaciones de la longitud de la base y la altura para obtener la misma área.

Vamos a buscar también con números decimales. ¿Cuántas combinaciones puedes encontrar?

Marta organizó en una tabla las medidas de la base y de la altura en cm de diferentes rectángulos.

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)	24	12	8	6	4.8	4

A3. Piensa cómo comprobar la relación entre la base y la altura.

Aumenta 3 veces

Aumenta el doble (por 2)

Duplica la cantidad (por 2)

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Atura (cm)	24	12	8	6	4.8	4

Disminuye a la mitad (entre 2)

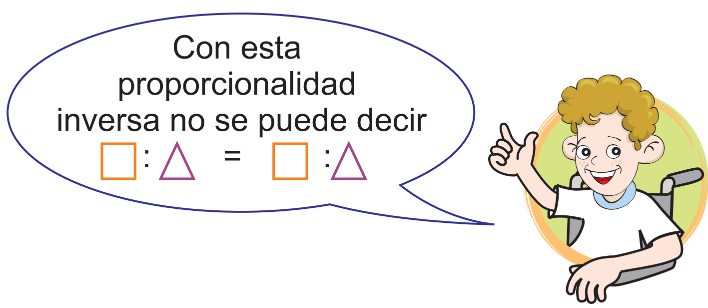
Disminuye a la tercera parte (entre 3)

Disminuye a la mitad (entre 2)

A4. Expresa los cambios según los datos.

Cuando dos cantidades cambian de tal forma que cuando una de ella aumenta al doble, la otra cantidad disminuye a la mitad, si una aumenta al triple la otra disminuye a la tercera parte, etc., son **inversamente proporcionales.**

La base de los rectángulos es inversamente proporcional a la altura cuando tienen la misma área.



1. Escribe en tu cuaderno los números, sustituyendo a) y b).

$\boxed{a}$ ÷

2 ÷

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)	24	12	8	6	4.8	4

3 x

$\boxed{b}$ x

B. Gustavo está planificando un viaje en vehículo, para poder ver a sus queridos abuelos. Él anotó en la siguiente tabla la velocidad a la que viajó en otras ocasiones y el tiempo que tardó en llegar.

Velocidad (kilómetros por hora)	25	40	50	80	...	100
Tiempo (horas)	8	5	$\boxed{?}$	2.5	...	$\boxed{?}$

B1. Si viaja a 50 km por hora ¿cuántas horas tarda?

Jorge piensa que al aumentar la velocidad disminuirá el tiempo, en igual proporción.

x 4

x 2

Velocidad (kilómetros por hora)	25	40	50	80	...	100
Tiempo (horas)	8	5	$\boxed{?}$	2.5	...	$\boxed{?}$

÷ 2

÷ 4

PO: 8 ÷ 2 = 4 por que 25 X 2 = 50

R: 4 horas

Vilma piensa que el producto de las magnitudes es igual.

Velocidad (kilómetros por hora)	25	40	50	80	...	100
Tiempo (horas)	8	5	$\boxed{?}$	2.5	...	$\boxed{?}$
	200	200	200	200	200	200

PO: 200 ÷ 50 = 4
R: 4 horas

Resuelve en tu cuaderno.

2. Si Gustavo viaja a 100 km por hora, ¿cuántas horas tarda?

C. Alejandro piensa que Gustavo puede resolver usando la regla de tres.

Velocidad (kilómetros por hora)	25	40	50	80	...	100
Tiempo (horas)	8	5	?	2.5	...	?

C1. Piensa cómo hará Alejandro para resolver.

Velocidad en km por hora	Tiempo en horas
25	8
40	5

C2. Encuentra los tiempos que faltan en la tabla.

Velocidad en km por hora	Tiempo en horas
40	5
50	?

$$\boxed{?} = \frac{40 \times 5}{50} = \frac{200}{50} = 4$$

R: 4 horas

Velocidad en km por hora	Tiempo en horas
40	5
100	?

$$\boxed{?} = \frac{40 \times 5}{100} = \frac{200}{100} = 2$$

R: 2 horas

3. Resuelve en tu cuaderno.

Doris dispone de dinero para pagar 10 días a 24 obreros. Si reduce los obreros a 16 ¿cuántos días puede pagar?, ¿cuántos días puede pagarle a un obrero?

Número de obreros	24	16	12	8	...	1
Número de días que puede pagar	10	?	20	30	...	?

Unidad 9

Conozcamos otras medidas

Recordemos

1. Escribe en tu cuaderno sustituyendo el signo ? por la unidad correspondiente.

a) Longitud de la cola de un cerdo: 45 $\boxed{?}$

b) Altura del árbol de conacaste: 28 $\boxed{?}$

c) Longitud de la hormiga: 6 $\boxed{?}$

d) Distancia entre San Salvador y Ahuachapán: 103 $\boxed{?}$

2. Escribe en tu cuaderno qué otras medidas de longitud conoces.

Lección 1 | Conozcamos otras unidades de longitud

A. Mario quiere construir una mesa de 2 m de largo, utilizando 4 tablas de cedro. ¿Cuántas varas mide cada tabla?

Las maderas y los terrenos también se miden en **varas**.
1 vara = 83.6 cm

A1. Piensa cómo resolver.

Por regla de tres

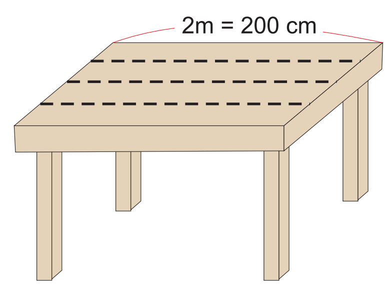
centímetros	varas
83.6 ———	1
200 ———	$\boxed{?}$

PO: 200 x 1 ÷ 83.6 = 2.39
R: 2.39 varas

Usando proporción
83.6 : 1 = 200 : $\boxed{?}$

$$\frac{200}{83.6} = \frac{\boxed{?}}{1}$$

PO: 200 ÷ 83.6 = 2.39



Trabaja en tu cuaderno.

1. Convierte a varas, redondeando hasta las centésimas.

a) 1,540 cm b) 4,260 cm c)120 m d) 0.3 km

2. Convierte las varas a la unidad indicada, redondeando hasta las centésimas.

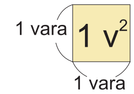
a) 29.16 varas (cm) b) 12.5 varas (cm)

c) 420.5 varas (m) d) 78.52 varas (m)

B. El papá de José tiene un lote de 24 m de largo y 12 m de ancho, y quiere saber cuántas varas cuadradas tiene el terreno.

B1. Piensa cómo resolver.

Cuando las longitudes se miden en varas, el área se obtiene en v^2 (varas cuadradas)



a) Convierte de metros a varas.

24 x 100 ÷ 83.6 = 28.71

12 x 100 ÷ 83.6 = 14.35

b) Encuentra el área.

28.71 x 14.35 = 411.99

411.99 es aproximadamente 412

R: 412 v^2

C. Don Álvaro tiene un terreno que mide 140 varas de largo y 100 varas de ancho, valorado en $ 10.00 la vara cuadrada. Si lo vende a $ 12.00 el metro cuadrado, ¿cuánto gana o cuánto pierde?

C1. Piensa cómo resolver.

En v^2:

a) Encuentra el área. 140 x 100 = 14,000

b) Encuentra el valor del terreno. 14,000 x 10 = 140,000

En m^2:

a) Encuentra el área.

140 x 83.6 ÷ 100 = 117.04

100 x 83.6 ÷ 100 = 83.6

117.04 x 83.6 = 9,784.544

b) Encuentra el valor del terreno. 9,784.5 x 12 = 117,414

El valor en v^2 es $ 140,000 y el valor en m^2 es $117,414

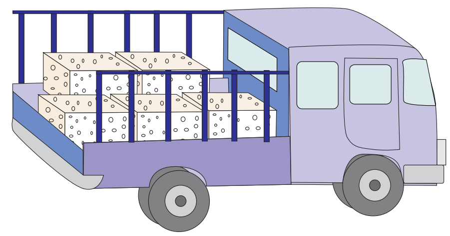
140,000 - 117,414 = 22,586

R: Pierde $ 22,586

Lección 2 Convirtamos unidades de peso a otros sistemas

A. El papá de Rodrigo compró 300 libras de queso para exportarlas.

¿Cuántos kilogramos de queso exporta?



1 libra = 0.454 kg
1 kg = 2.2 libras

A1. Piensa cómo resolver.

Adela

libra	kg
1	0.454
300	?

Utilizo la equivalencia de 1 libra = 0.454 kg, aplicando proporciones.

$1 : 0.454 = 300 : \boxed{?}$

$1 : 0.454 = 300 : \boxed{?}$

x 300

x 300

PO: 0.454 x 300 = 136.2
Redondeo hasta las unidades.

R: 136 kg

Elías

libra	kg
2.2	1
300	?

Utilizo la equivalencia de 1 kg = 2.2 libras, aplicando la regla de tres.

Libras		Kilogramos
2.2 lb	—	1 kg
300 lb	—	$\boxed{?}$ kg

PO: 300 x 1 ÷ 2.2 = 136.3
Redondeo hasta las unidades.

R: 136 kg

Resuelve en tu cuaderno.

1. Convierte a la unidad que se indica en paréntesis. Redondea a las décimas.

a) 100 kg (lb) b) 250 lb (kg) c) 125 lb (kg)

d) 60 kg (lb) e) 75 lb (g) f) 0,25 g (lb)

2. Daniel pesa 38 kg. ¿Cuánto pesa en libras?

B. En la fábrica de comida para perros se compran bolsas de 22.7 kg a $ 17.60 cada una y se reparten en paquetes de 1 libra para vender a $0.45.

a) Se convierte 22.7 kg a lb:

22.7 ÷ 0.454 = 50

b) El valor total de venta:

0.45 x 50 = 22.5

c) Venta - costo = ganancia:

22.5 - 17.60 = 4.9

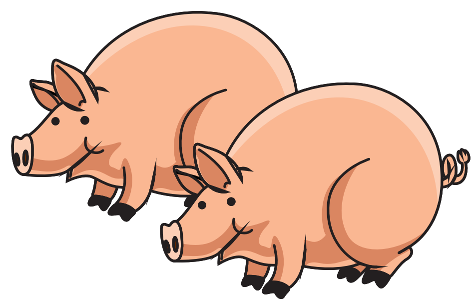
R: $ 4.90

Puedes expresar
todo el proceso
en un solo PO
PO: 0.45 x (22.7 ÷ 0.454) - 17.60

B1. En la granja de cerdos "El Cochinito", 100 cerdos consumen 5 libras de concentrado cada uno, al día. ¿Cuántos kilogramos consumen diariamente?

PO: 5 x 100 x 0.454 = 227

R: 227 kg



3. Resuelve en tu cuaderno redondeando la respuesta hasta las décimas.

a) En una granja cosecharon 6,200 libras de tomates de exportación. ¿Cuántos kg exportaron?

b) En la fábrica de harina de maíz producen 25,000 kg diarios.
Si la empacan en bolsas de 5 libras ¿cuántas bolsas empacan diariamente?

c) Había 24 paquetes de café que pesaban 15 libras cada uno.
Luego se embolsaron con un peso de 350 g para la venta de exportación.
¿Cuántas bolsas salieron con esta cantidad de café?

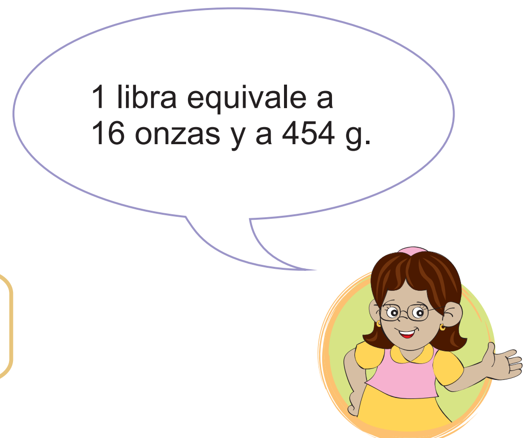
C. En el supermercado el bote de leche de 860 g tiene un costo de $ 11.50.
Si el bebé toma 6 pachas al día y cada pacha lleva media onza de leche en polvo, ¿para cuántos días le alcanza la leche?

C1. ¿Cuánto pesa 1 onza en gramos?

onzas		gramos
16	———	454
1	———	?

PO: 454 ÷ 16 = 28.37

R: 28.37g



1 oz = 28.37g

C2. Piensa cómo resolver el problema.

a) peso en onzas:
860 ÷ 28.37 = 30.3
consumo por día:

$\frac{1}{2}$ x 6 = 3

Número de días:
30.3 ÷ 3 = 10.1

R: 10 días

b) Consumo en onzas por día:

$\frac{1}{2}$ x 6 = 3

Consumo en gramos por día:
28.37 x 3 = 85.11

Número de días:
860 ÷ 85.11 = 10.1

R: 10 días

Escribiendo en un solo PO.

PO: 860 ÷ 28.37 ÷ ($\frac{1}{2}$ x 6)

PO: 860 ÷ (28.37 x $\frac{1}{2}$ x 6)

4. Resuelve en tu cuaderno.

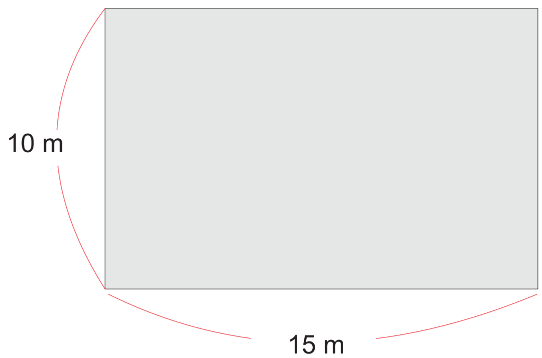
a) El queso de Don Fernando se vende en porciones de 400 g.
¿A cuántas onzas equivalen 400 g?

b) Se tienen 32 onzas de chocolate instantáneo se quieren vender en 4 bolsas pesadas en

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno.

1. Para marcar o trazar longitud y nivel, el albañil utiliza cordel o cáñamo. Un albañil quiere saber cuántas varas de cordel necesita para marcar el largo y ancho de una casa a construir, con las medidas siguientes:



a) ¿Cuántas varas de cordel necesita?

b) Encuentra el área de la casa en v^2.

c) Encuentra el área de la casa en m^2.

2. El perímetro de un terreno cuadrado es de 100 m, y quiere venderse a \$ 8.00 v^2. ¿Cuál es el precio del terreno?

3. Un frasco de café instantáneo pesa 250 g. ¿Cuántas onzas pesa?

Sabías que...

En el país existen otras unidades para medir el área de terrenos.

En nuestra campiña la “vara”, utilizada para medir las “tareas” de terreno a deshierbar, no tiene una medida determinada, pues es una vara de madera que tiene una longitud equivalente a 12 cuartas de una persona llamada “caporal”.

La tarea es una área que equivale a 12 “varas” de longitud por 12 “varas” de ancho.

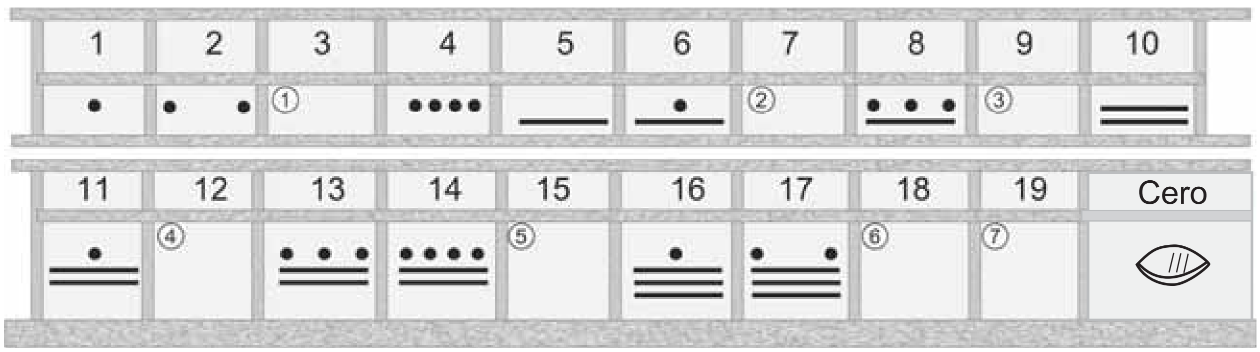
Hasta este grado hemos aprendido varias unidades de medida.
Algunas son de España, otras se trajeron bajo la influencia de Norte América.
Investiga sobre la historia de las unidades de medida del país.

Unidad
10

Conozcamos sistemas antiguos de numeración

Lección 1 Conozcamos los números mayas

A. Observa la siguiente tabla de comparación entre la numeración decimal y la numeración maya.



A1. ¿Cómo se forman los números mayas del 1 al 4?

A2. ¿Cómo se forman los números del 5 al 19?

Los números mayas del 1 al 19 se forman combinando puntos y barras

= 1
(punto)

= 5
(barra)

A3. ¿Qué significa el símbolo ?

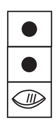
R: Significa que no hay ningún valor en el nivel de sus unidades.

El símbolo tiene el valor de cero.

B. ¿Cómo se escribe 20 en la numeración maya?

R: Veinte se escribe así: 

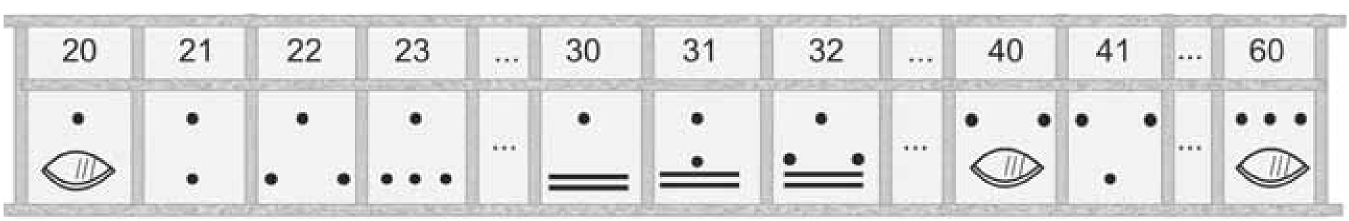
En la escritura de números mayas mayores que 19 se aplicaba el valor posicional (base 20).
La escritura se efectuaba de abajo hacia arriba, de modo que el símbolo más bajo, es el que representa las unidades.
Ejemplo:



1 x 20 x 20 = 400
1 x 20 = 20
0 x 1 = 0

$$\begin{array}{r} 400 \\ 20 \\ +\quad 0 \\ \hline 420 \end{array}$$

B1. Escribe números mayas mayores que 20.

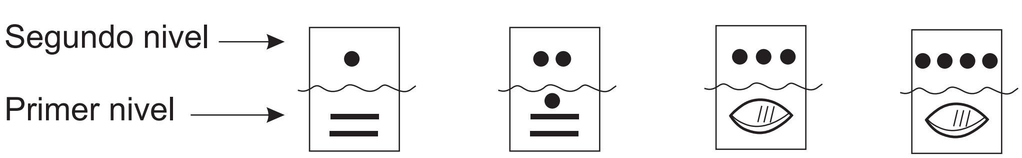


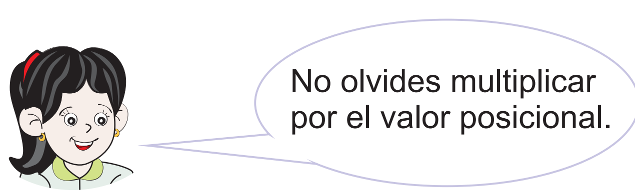
a) Escribe en tu cuaderno los números mayas del 24 al 29.

b) Escribe en tu cuaderno los números mayas del 33 al 39.

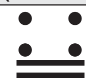
c) Escribe en tu cuaderno los números mayas del 42 al 59.

1. Escribe en tu cuaderno los números mayas y su equivalencia en números decimales.



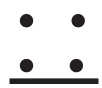


B2. Compara la numeración decimal con la numeración maya.

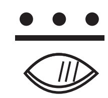
Número decimal (base 10)	Número maya (base 20)
52	
5 x 10 = 50 2 x 1 = 2 50 + 2 = 52	• • = 2 x 20 = 40  = 12 x 1 = 12 40 + 12 = 52

2. Escribe en tu cuaderno el número decimal que representan.

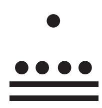
a) 

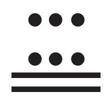
b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) 

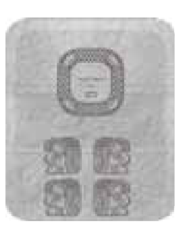
h) 

3. Escribe en tu cuaderno los números mayas.

a) 90 b) 85 e) 74 d) 39

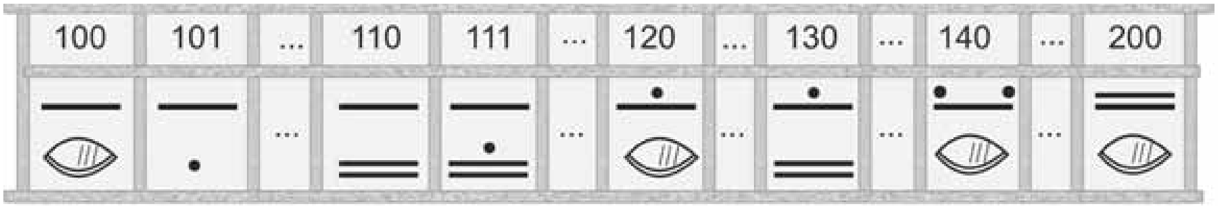
e) 45 f) 61 g) 99 h) 29

Sabías que...



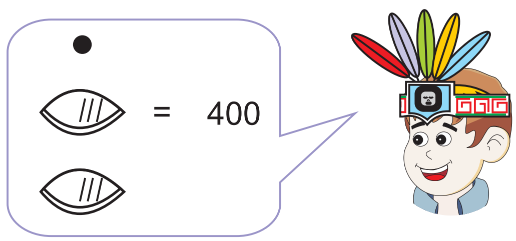
Los mayas fueron los primeros en aplicar el valor posicional en su sistema de numeración, y crearon un símbolo que representa al cero y le dieron significado en un sistema de numeración de base 20. Ningún otro sistema de numeración antiguo utilizó la idea del cero. Posteriormente, el sistema de numeración decimal concibió la idea y el significado del cero que los mayas ya habían inventado.

C. Observa y comprueba el valor de cada número maya.



C1. Escribe en tu cuaderno los números mayas del 101 al 120 y del 140 al 200.

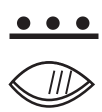
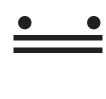
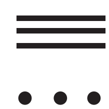
C2. Observa y piensa por qué se escribe así 400 en la numeración maya.

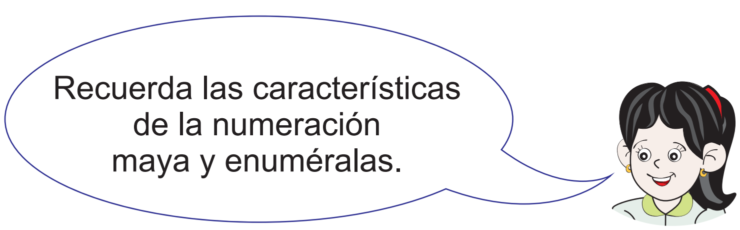


4. Copia en tu cuaderno y escribe en maya.

a) 210 b) 251 c) 280 d) 290 f) 300 g) 324 h) 399

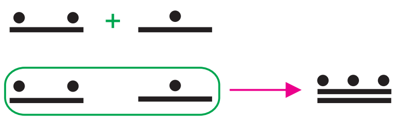
5. Copia en tu cuaderno y escribe en numeración decimal.

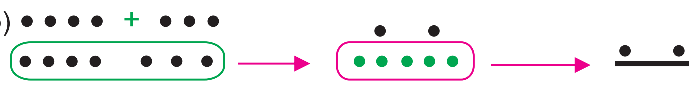
a)  b)  c)  d)  e) 



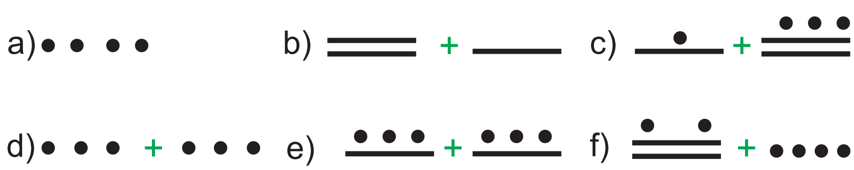
¡Intentémoslo!

1. Suma.

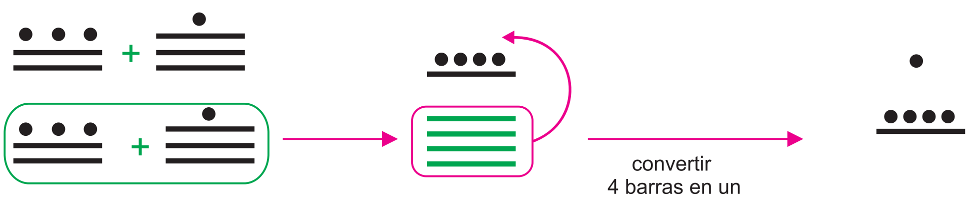
a) 

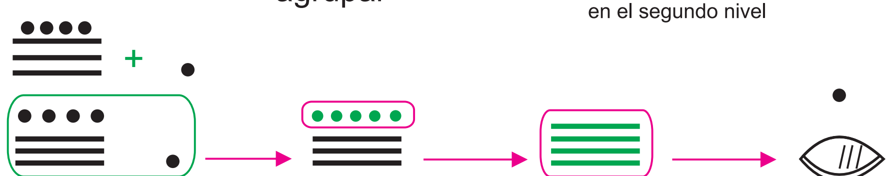
b) 

Para sumar números mayas, agrupa los símbolos y si el grupo es de 5 puntos se convierte en una barra.



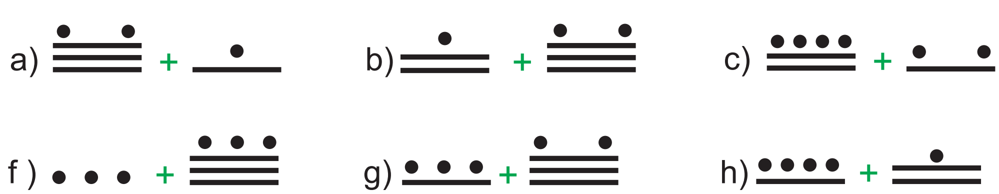
2. Suma llevando al segundo nivel.

a) 

b) 

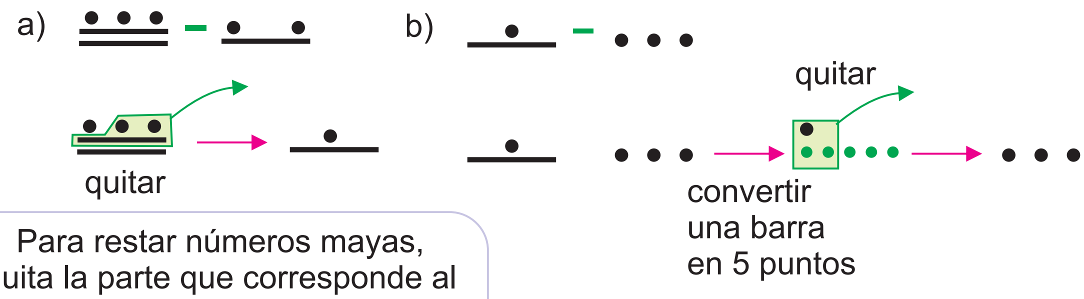
Cuando hay 4 barras, lleva al nivel inmediato superior y se convierte en un punto.

3. Suma llevando al siguiente nivel.

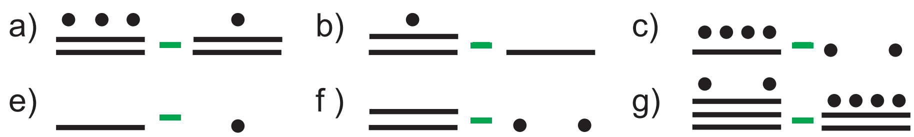


Intentémoslo

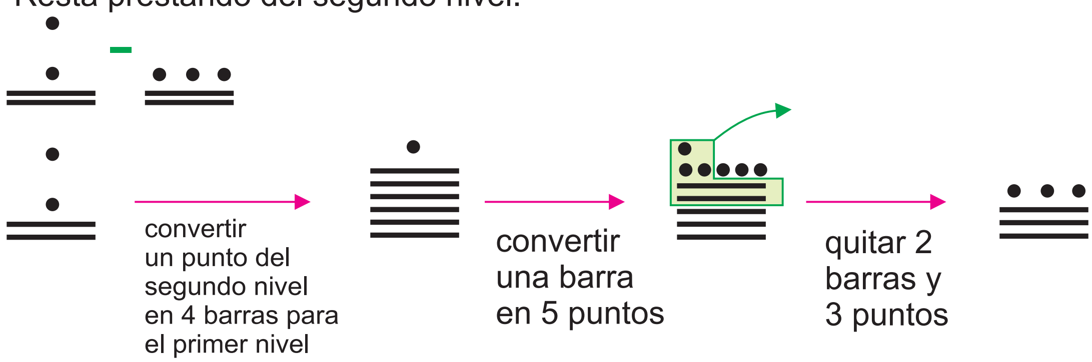
1. Resta.



Para restar números mayas, quita la parte que corresponde al sustraendo y si no hay suficientes puntos, se convierte una barra del minuendo en 5 puntos.

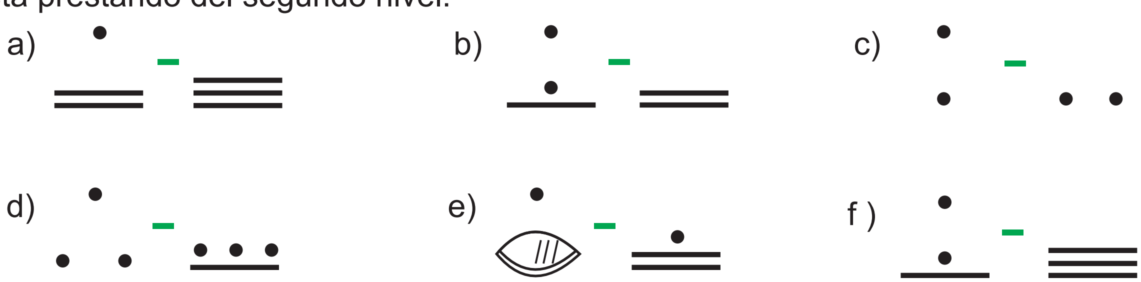


2. Resta prestando del segundo nivel.



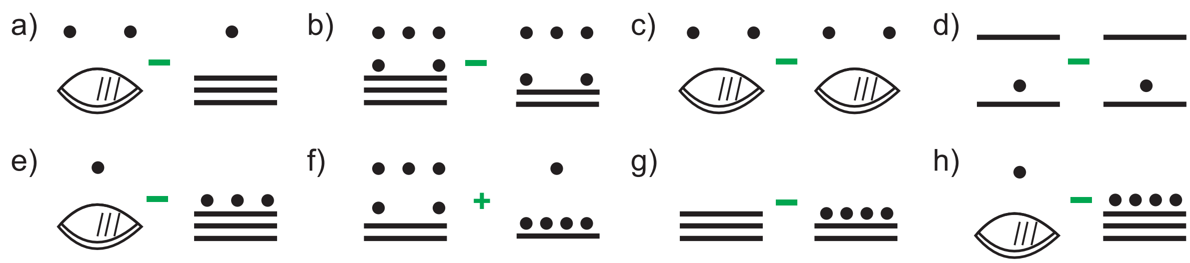
Cuando no se puede restar en un nivel se presta un punto del nivel inmediato superior y se convierte en 4 rayas.

3. Resta prestando del segundo nivel:



¡Intentémoslo!

Calcula y escribe los números mayas en cada casilla del (a) al (h).
Coloca el signo cuando el resultado es cero.



Lección 2 Conozcamos los números romanos

A. Observa los dos relojes y comenta.

A1. ¿Qué diferencia hay entre los relojes?

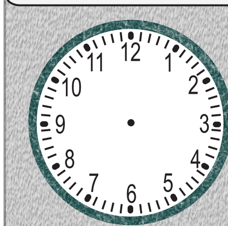
Los números romanos están formados por la combinación de letras.

A2. Escribe en tu cuaderno los números romanos del 1 al 12 y encuentra una o dos características.

A3. Compara semejanzas y diferencias entre numeración decimal y numeración romana.

A4. Encuentra las equivalencias de los símbolos de la numeración romana.

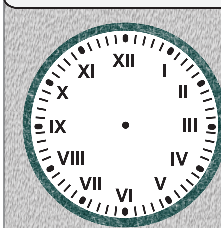
Numeración decimal



nº	composición
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
11	10 + 1
12	10 + 2

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Numeración romana



nº	composición
I	1
II	1+1
III	1+1+1
IV	5 - 1
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	
XI	
XII	

I, V, X, L, D, C, M

Símbolos básicos

Las equivalencias de los símbolos de la numeración romana son:

I = 1   L = 50   M = 1000

V = 5   C = 100

X = 10   D = 500

El sistema de numeración romano no tuvo un símbolo que expresara el cero.

B. Observa la escritura de los siguientes números.

1 = I	10 = X	100 = C	1000 = M
2 = II	20 = XX	200 = CC	2000 = MM
3 = III	30 = XXX	300 = CCC	3000 = MMM
4 = IV	40 = XL	400 = CD	
5 = V	50 = L	500 = D	

B1. ¿Cuántas veces se repite cada símbolo en una cantidad?

En la numeración romana, los símbolos que se pueden repetir hasta 3 veces son I, X, C y M.
Los símbolos V, L y D, se usan sólo una vez combinando con otros símbolos.

B2. Encuentra los principios para el uso de los símbolos en la numeración romana.

a) ¿Qué observas en la posición de los símbolos para los números 4 y 6?

IV = 4 VI = 6

b) ¿Tiene algún significado la posición del símbolo?

c) Compara 4 y 6 con otros números

B3. Compara 4 y 6 con otros números.

VI = V + I = 5 + 1 = 6

XI = X + I = 10 + 1 = 11

LX = L + X = 50 + 10 = 60

CL = C + L = 100 + 50 = 150

IV = V - I = 5 - 1 = 4

IX = X - I = 10 - 1 = 9

XL = L - X = 50 - 10 = 40

XC = C - X = 100 - 10 = 90

CD = D - C = 500 - 100 = 400

¿A qué conclusión llegaste?

En la numeración romana, un número menor colocado a la derecha de otro mayor, se suma (principio de la adición).

Un número menor colocado a la izquierda de otro mayor, se resta (principio de la sustracción).

1. Escribe en tu cuaderno los números romanos

a) 15 = $\boxed{?}$ b) 45 = $\boxed{?}$ c) 99 = $\boxed{?}$

d) 41 = $\boxed{?}$ e) 39 = $\boxed{?}$ f) 94 = $\boxed{?}$

g) 1,540 = $\boxed{?}$ h) 1,999 = $\boxed{?}$ i) 1,444 = $\boxed{?}$

Toma en cuenta que:
el símbolo I únicamente se puede restar de V y de X,
el símbolo X únicamente se puede restar de L y de C,
el símbolo C únicamente se puede restar de D y de M.

2. Copia en tu cuaderno y encierra el número romano que está bien escrito.

a) 90 ⟶ XL ó CM b) 99 ⟶ IC ó XCIX c) 39 ⟶ XXXIX ó IXL

d) 204 ⟶ CCIV ó CCIIII e) 195 ⟶ VCC ó CXCV f) 541 ⟶ DXLI ó DXVLI

3. Busca en tu entorno objetos, libros y revistas que usan numeración romana.

Sabías que...

Para escribir números romanos mayores o iguales que 4000, se coloca una barra por encima del número para que la base se multiplique por 1,000.
Ejemplo:

$\overline{\text{IV}}$ = 4,000, $\overline{\text{X}}$ = 10,000, $\overline{\text{L}}$ = 50,000, $\overline{\text{M}}$= 1,000,000

Refuerzo

Repasemos contenidos del segundo ciclo

Lección 1 | Números y operaciones

1. Lee los siguientes números.

a) 708,530

b) 515,018

2. Escribe los siguientes números.

a) Trece mil doscientos

b) Ochocientos un mil dos

3. Encuentra las cifras que van en las casillas.

a) 24,506 = 10,000 x $\boxed{?}$ + 1,000 x $\boxed{?}$ + 100 x $\boxed{?}$ + 10 x $\boxed{?}$ + 1 x $\boxed{?}$

b) 1.024 = 1 x $\boxed{?}$ + 0.1 x $\boxed{?}$ + 0.01 x $\boxed{?}$ + 0.001 x $\boxed{?}$

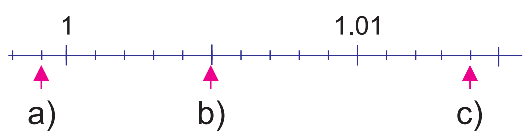
4. Indica con flechas en la recta numérica los puntos que corresponden a los siguientes números.

a) 0.8 b) $1\frac{3}{10}$ c) $\frac{17}{10}$

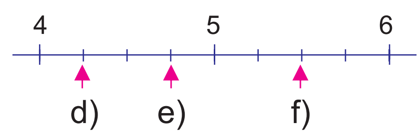
d) 980 e) 1,060 f) 1,120

5. Escribe el número que corresponde a la flecha.

1)



2)



6. Encuentra los números que van en las casillas.

a) 240,000 consiste en $\boxed{?}$ veces 1,000

b) 240,000 consiste en $\boxed{?}$ veces 10,000

c) 2.34 consiste en $\boxed{?}$ veces 0.01

d) 2.34 consiste en $\boxed{?}$ veces 0.001

e) $\frac{3}{7}$ consiste en $\boxed{?}$ veces $\frac{1}{7}$

7. Encuentra los números que van en las casillas.

a) $12.34 \times 10 = \boxed{?}$

b) $12.34 \times 100 = \boxed{?}$

c) $12.3 \times \frac{1}{10} = \boxed{?}$

d) $12.3 \times \frac{1}{100} = \boxed{?}$

e) $5.37 \times \boxed{?} = 537$

f) $5.37 \times \boxed{?} = 5370$

g) $5.3 \times \boxed{?} = 0.53$

h) $5.3 \times \boxed{?} = 0.053$

8. Convierte fracciones en números decimales y viceversa.

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $1\frac{4}{5}$ d) $3\frac{7}{10}$ e) $\frac{48}{25}$ f) $\frac{7}{8}$

g) 1.2 h) 0.3 i) 2.5 j) 2.12 k) 0.375

9. ¿Cuál es el número más grande y cuál el más pequeño que se puede formar colocando las cinco tarjetas de la izquierda en las cinco casillas de la derecha.

$\boxed{1}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$, $\boxed{7}$, $\boxed{9}$ $\boxed{}\,\boxed{}\,.\,\boxed{}\,\boxed{}\,\boxed{}$

10. Encuentra el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de cada una de las siguientes parejas de números.

a) 18, 42 b) 6, 48 c) 14,15

11. Simplifica.

a) $\frac{6}{8}$ b) $\frac{18}{30}$ c) $4\frac{20}{30}$ d) $\frac{64}{40}$ e) $\frac{12}{28}$ f) $\frac{45}{36}$

12. Compara y señala cuál de las dos fracciones es mayor.

a) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ d) $\frac{5}{8}, \frac{3}{5}$

13. Calcula.

a) 53,198 + 28,743 b) 40,754 + 9,247 c) 32,743 - 1,356 d) 30,705 - 6,748

e) 2.35 + 4.56 f) 3.8 + 1.23 g) 7.43 - 4.21 h) 5.2 - 1.38

i) 238 x 47 j) 2.38 x 4.7 k) 230 x 305 l) 2.3 x 3.05

m) 1,058 ÷ 23 n) 10.58 ÷ 2.3 o) 15,428 ÷ 76 p) 48.6 ÷ 3.24

14. Aplica el siguiente proceso varias veces.

a) Escribir cualquier número de 4 cifras, cuyas cifras no se repitan 4 veces.

b) Cambiar el orden de las cifras formando el número más grande y el más pequeño (si el número original contiene ceros, puede ser un número con menos de 4 cifras), y calcular la diferencia.

c) Usar los dígitos de la diferencia para formar el número más grande y el más pequeño y calcular la diferencia.

d) Continuar de la misma manera.

¿Qué observas?

15. Divide hasta las unidades y encuentra el residuo.

a) $23.5 \div 1.38$ b) $45 \div 1.23$

16. Calcula.

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{10} + \frac{5}{6}$ c) $\frac{9}{14} + \frac{5}{6}$ d) $\frac{19}{21} + \frac{13}{14}$

e) $\frac{13}{15} + \frac{3}{10}$ f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ g) $\frac{5}{21} + \frac{3}{7}$ h) $\frac{1}{4} + \frac{11}{20}$

i) $\frac{1}{2} + \frac{3}{10}$ j) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ k) $\frac{3}{7} + \frac{2}{5}$ l) $1\frac{7}{15} + 2\frac{3}{10}$

m) $4\frac{11}{20} + 7\frac{8}{15}$ n) $2\frac{5}{6} + 7\frac{17}{21}$ ñ) $2\frac{3}{10} + 1\frac{5}{6}$ o) $4\frac{4}{5} + \frac{7}{10}$

p) $8\frac{13}{15} + 4\frac{4}{5}$ q) $2\frac{7}{16} + 8\frac{3}{4}$ r) $3\frac{2}{15} + \frac{20}{21}$ s) $\frac{7}{30} + 2\frac{1}{15}$

17. Calcula.

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ c) $\frac{8}{9} - \frac{7}{12}$ d) $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$

e) $7\frac{3}{4} - 2\frac{1}{6}$ f) $5\frac{2}{3} - 1\frac{4}{9}$ g) $2\frac{5}{12} - 1\frac{4}{15}$ h) $6\frac{4}{5} - 3\frac{7}{15}$

I) $6\frac{3}{8} - 2\frac{5}{12}$ j) $5\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4}$ k) $8\frac{1}{6} - 1\frac{3}{14}$ l) $7\frac{1}{6} - 4\frac{9}{10}$

m) $6\frac{5}{12} - 3\frac{9}{20}$ n) $3\frac{1}{10} - 1\frac{7}{20}$ ñ) $6\frac{1}{4} - 2\frac{11}{12}$ o) $5\frac{1}{6} - \frac{13}{15}$

p) $5\frac{5}{12} - 4\frac{11}{20}$ q) $4\frac{5}{6} - 3\frac{11}{18}$ r) $5\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3}$ s) $3\frac{1}{6} - 2\frac{1}{12}$

18. Calcula.

a) $\frac{8}{5} \times \frac{12}{7}$ b) $\frac{25}{7} \times \frac{3}{10}$ c) $\frac{4}{3} \times \frac{9}{16}$ d) $\frac{9}{5} \times 6$

e) $\frac{15}{8} \times 20$ f) $36 \times \frac{11}{6}$ g) $1\frac{7}{20} \times 3\frac{1}{18}$ h) $1\frac{7}{8} \times 2\frac{2}{3}$

I) $1\frac{5}{7} \times \frac{5}{16}$ j) $\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$ k) $3\frac{3}{4} \times 2$ l) $10 \times 2\frac{8}{15}$

m) $\frac{7}{10} \times \frac{3}{16} \times \frac{20}{11}$ n) $2\frac{2}{7} \times 3\frac{3}{8} \times \frac{4}{9}$ o) $\frac{4}{15} \times \frac{5}{8} \times 6$ p) $6 \times \frac{10}{18} \times \frac{3}{20}$

19. Calcula.

a) $\frac{8}{5} \div \frac{9}{8}$ b) $\frac{6}{5} \div \frac{9}{2}$ c) $\frac{8}{15} \div \frac{20}{21}$ d) $\frac{1}{8} \div \frac{1}{24}$

e) $3 \div \frac{5}{7}$ f) $18 \div \frac{6}{11}$ g) $\frac{16}{5} \div 20$ h) $4\frac{1}{6} \div 1\frac{1}{9}$

I) $9\frac{1}{3} \div 1\frac{5}{9}$ j) $4\frac{1}{6} \div \frac{1}{2}$ k) $3\frac{1}{5} \div 2$ l) $\frac{5}{6} \div 2\frac{1}{12}$

m) $35 \div 2\frac{1}{3}$ n) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ñ) $2\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{10} \times 1\frac{4}{5}$

o) $2\frac{1}{4} \times 1\frac{9}{16} \div 1\frac{1}{14} \div 1\frac{3}{4}$ p) $8 \times \frac{5}{12} \div 2\frac{2}{9} \div 4$

20. Resuelve.

a) En un minuto María recorrió 200 m y Ana recorrió 230 m.
¿Cuántas veces la distancia que recorrió María es la distancia que recorrió Ana?

b) Juana está leyendo una novela. La cantidad de páginas que ha leído es $\frac{3}{8}$ veces la cantidad total, y el libro tiene 280 páginas.
¿Cuántas páginas ha leído?

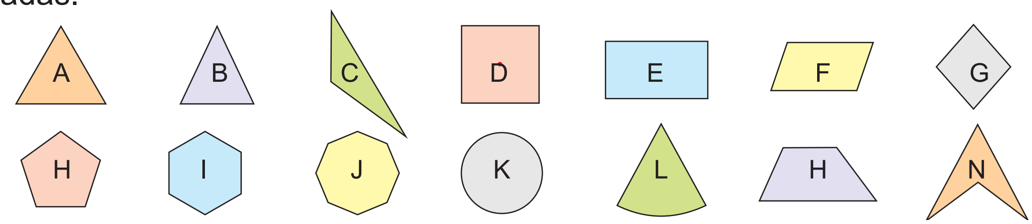
c) El peso de Juana es $\frac{7}{5}$ veces el peso de Juan. Juan pesa 80 lb.
¿Cuánto pesa Juana?

d) Doña Luisa, para hacer aderezo, echa 3 cucharas de aceite para 2 cucharas de vinagre. Si ella quiere hacer más aderezo, con 6 cucharas de vinagre, ¿cuántas cucharas de aceite se necesitan para obtener el mismo sabor?

e) El bus tiene capacidad de 40 personas y lleva 55 pasajeros.
¿En qué porcentaje de capacidad llena el bus ahora?

Lección 2 Geometría

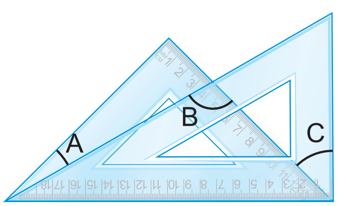
1. Di el nombre de cada figura geométrica plana y selecciona las que cumplen las condiciones indicadas.



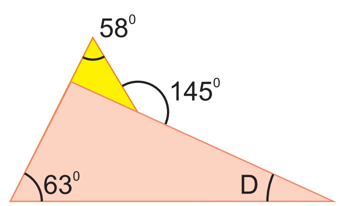
a) Las figuras que tienen los lados iguales y los ángulos iguales
b) Las figuras que tienen solamente un par de lados opuestos paralelos
c) Las figuras que no tienen diagonales
d) Las figuras que la suma de sus ángulos internos es 360º
e) Las figuras que tienen simetría reflexiva
f) Las figuras que tienen simetría rotacional
g) Las figuras que tienen simetría reflexiva y rotacional
h) Las figuras que no tienen simetría reflexiva ni rotacional

2. Dibuja las siguientes figuras planas.
a) Un triángulo cuyos lados miden 3 cm, 4 cm, y 5 cm respectivamente
b) Un triángulo cuyos dos lados miden 4 cm y 5 cm con el ángulo entre ellos de 60°
c) Un romboide cuyos dos lados miden 3 cm y 5 cm con el ángulo entre ellos de 50°
d) Un rombo cuyas diagonales miden 8 cm y 6 cm respectivamente
e) Un sector cuyo ángulo central mide 120° con el radio de 4 cm

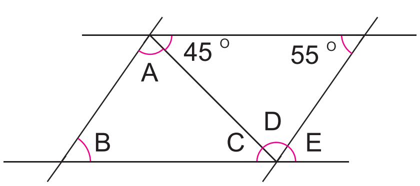
3. Encuentra la medida de los ángulos siguientes.



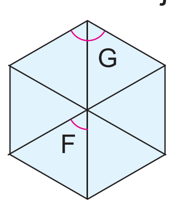
(dos escuadras sobrepuestas)



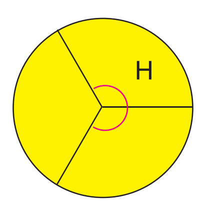
4. Di cuánto mide cada ángulo de los siguientes dibujos.



(Ambos pares de segmentos son paralelos.)



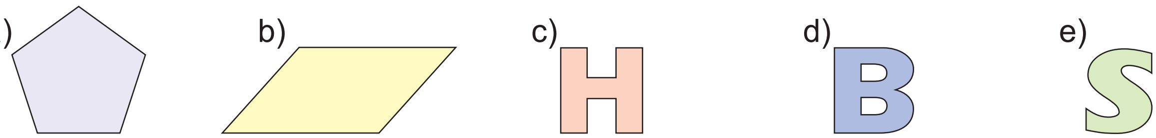
(Todos los segmentos son iguales.)



(Los tres arcos son iguales.)

5. Calca las siguientes figuras y luego dibuja los ejes de simetría o pon un centro de simetría.

a) b) c) d) e)



6. Contesta las preguntas sobre sólidos geométricos.

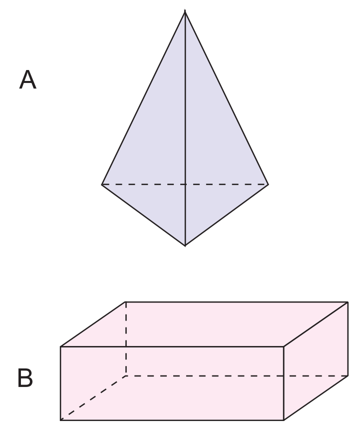
a) ¿Cómo se llaman los sólidos A y B?

b) ¿Qué figura tiene la cara lateral de cada sólido?

c) ¿Cómo se llama el sólido que tiene vértice común en las caras laterales, como el sólido A, pero cuya base es un cuadrado?

d) ¿Cómo se llama el sólido que tiene dos bases, como el sólido B, pero con la figura del círculo, y además tiene una sola superficie lateral?

e) ¿Qué figura tiene el patrón de la superficie lateral de un cono?



7. Contesta las preguntas sobre el sólido construido con el patrón de la derecha.

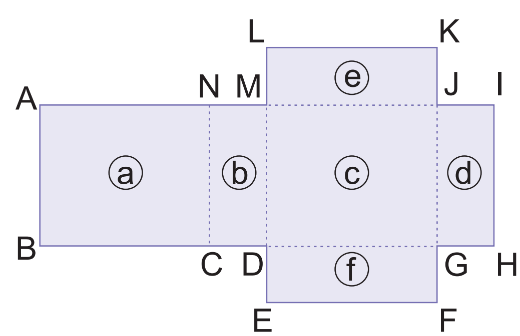
a) ¿Cuál es la cara paralela a la cara b ?

b) ¿Cuáles son las caras perpendiculares a la cara a ?

c) ¿Cuáles son las aristas perpendiculares a la cara f ?

d) ¿Cuáles puntos se sobreponen con el punto B?

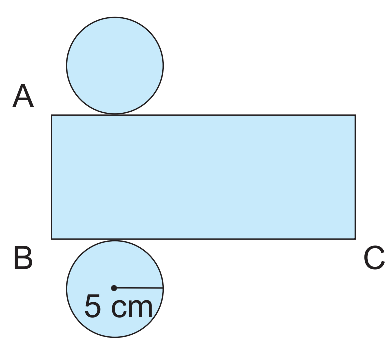
e) ¿Cuál arista se sobrepone con la arista LK?



8. Observa el siguiente patrón.

a) ¿De qué sólido es este patrón?

b) Encuentra la longitud del lado BC.



Lección 3 | Medidas y estadísticas

1. Escribe los números adecuados en las casillas.

a) 1 km = ? m b) 1 m^3 = ? cm^3 c) 1 t = ? qq

d) 1 m^2 = ? cm^2 e) 1 ℓ = ? dℓ f) 1 m = ? cm

g) 1 pie = ? pulgadas h) 1 libra = ? onzas i) 1 galón = ? botellas

2. Escribe las unidades adecuadas del sistema métrico en las casillas.

a) El largo de un escritorio → 1.2 ?

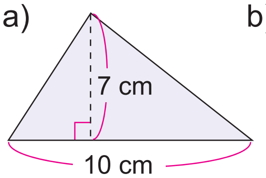
b) El peso de un bebé recién nacido → 2,900 ?

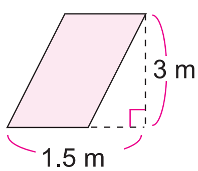
c) El área de un departamento del país → 8,787 ?

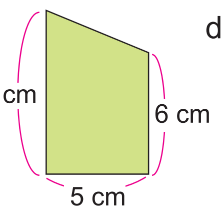
d) La cantidad de jugo en un vaso → 250 ?

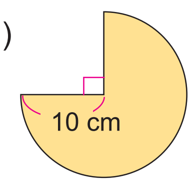
e) El volumen de un ladrillo → 2,000 ?

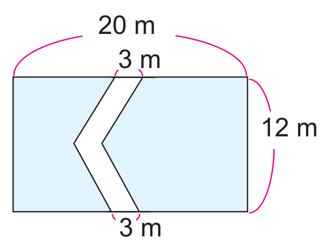
3. Encuentra el área de las partes pintadas.

a)


b)


c)


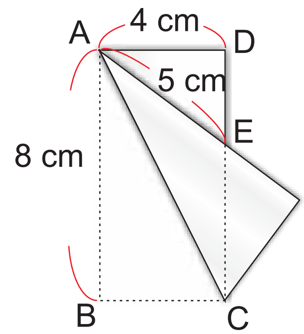
d)


e)


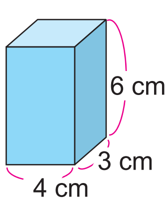
4. Encuentra lo que se te pide.

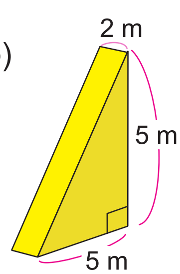
a) La base del triángulo A mide 15 cm y la altura mide 12 cm. El triángulo B tiene la misma área que el de A y su base es 3 cm más larga que la de A.¿Cuánto mide la altura del triángulo B?

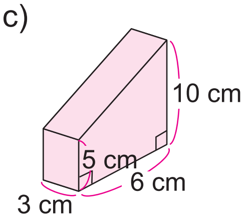
b) Se dobló una hoja de papel ABCD, por la diagonal AC. ¿Cuánto es el área del triángulo ACE?

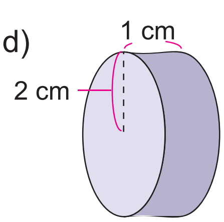


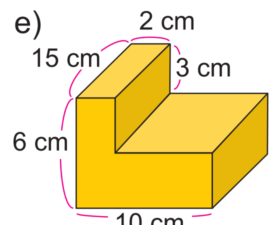
5. Encuentra el volumen de los siguientes sólidos.

a)


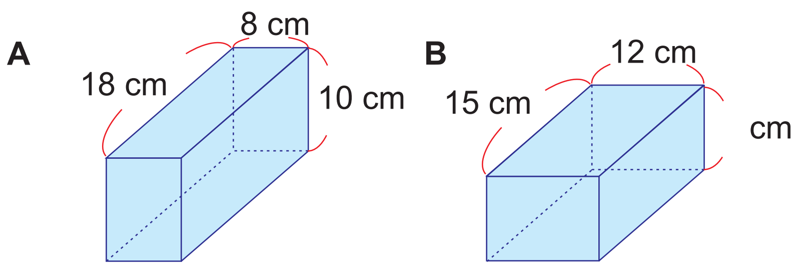
b)


c)


d)


e)


6. Se echó agua en el recipiente A de modo que el nivel fue de 10 cm. Si se traslada el agua al recipiente B, ¿cuánto mide el nivel del agua?



7. El largo, ancho y altura de una pila miden 1.5 m, 1 m y 0.9 m respectivamente.

a) ¿Cuántos centímetros cúbicos de agua caben en esta pila?

b) ¿A cuántos litros equivale esta cantidad de agua?

8. Clasifica los temas siguientes según el tipo de gráfica que conviene.

A. El cambio de temperatura de un día
B. La talla de camisa de los niños y las niñas de una sección
C. La temperatura del mediodía de diferentes lugares
D. La cosecha de maíz de un municipio en los últimos 10 años
E. La altura de una planta medida cada día

a) Los temas que son apropiados para representar con la gráfica de barras

b) Los temas que son apropiados para representar con la gráfica de líneas

9. Investigaron si las familias tienen perros o gatos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
perros	No	No	No	No	Sí	Sí	No	No	Sí	Sí	No
gatos	No	Sí	No	Sí	No	Sí	Sí	No	Sí	No	Sí

		perros		Total
		tiene	no tiene	
gatos	tiene	ⓐ 2		
	no tiene			
Total			ⓑ	

a) Organiza el resultado llenando la tabla de la derecha.
b) ¿Qué representa el número de la casilla ⓐ?

c) ¿Qué representa el número de la casilla ⓑ?

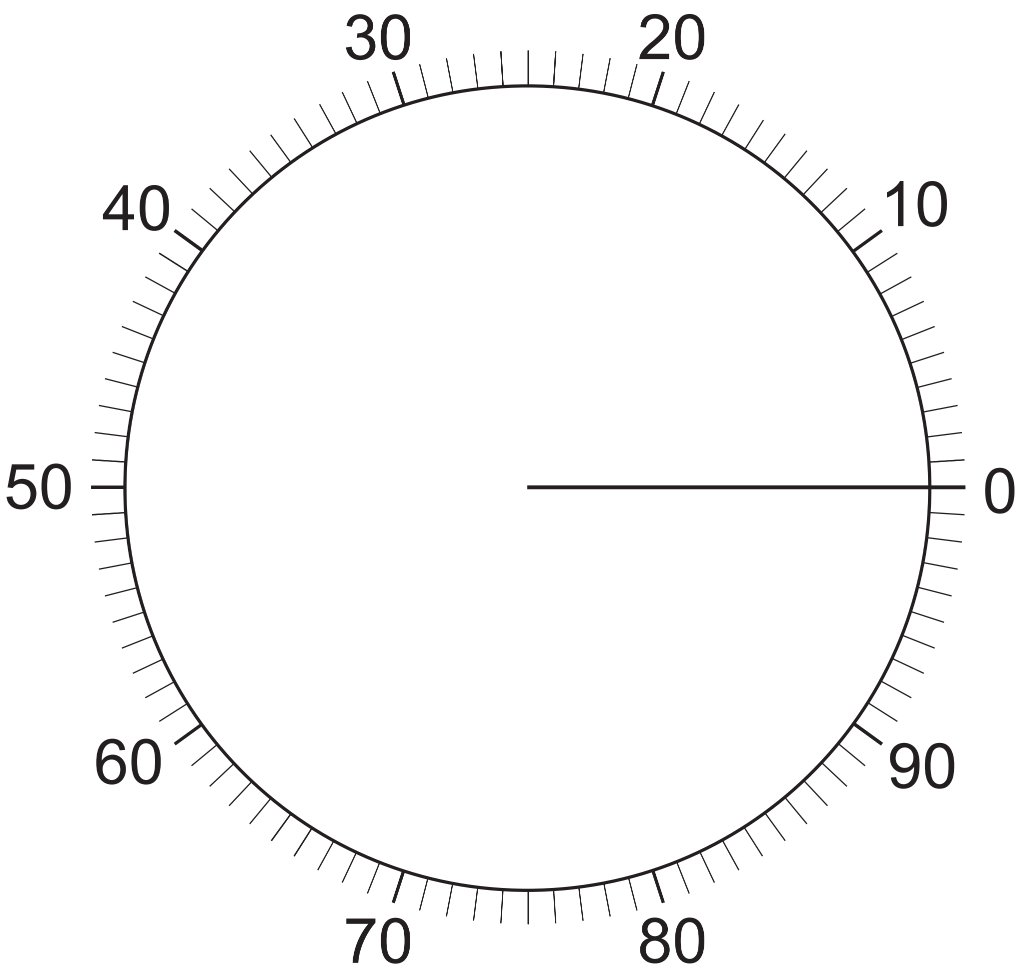
10. Elabora la gráfica rectangular de los siguientes datos.

Deporte favorito de los compañeros y compañeras de 2do ciclo

Fútbol	Baloncesto	Softbol	Natación	Otros
74	38	24	10	4

Página para reproducir

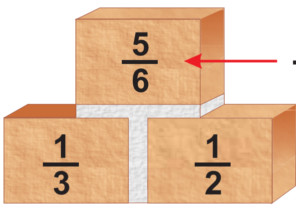
Unidad 6: Modelo de la gráfica circular



La montaña de la adición de las fracciones

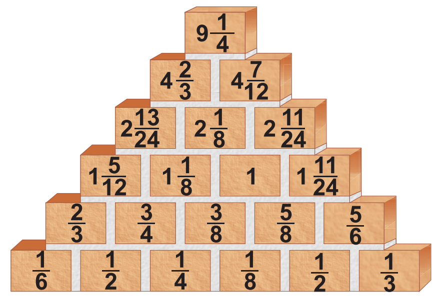
De abajo hacia arriba, suba hasta la cumbre sumando dos números contiguos y colocando la suma en la casilla que está encima de los dos números.

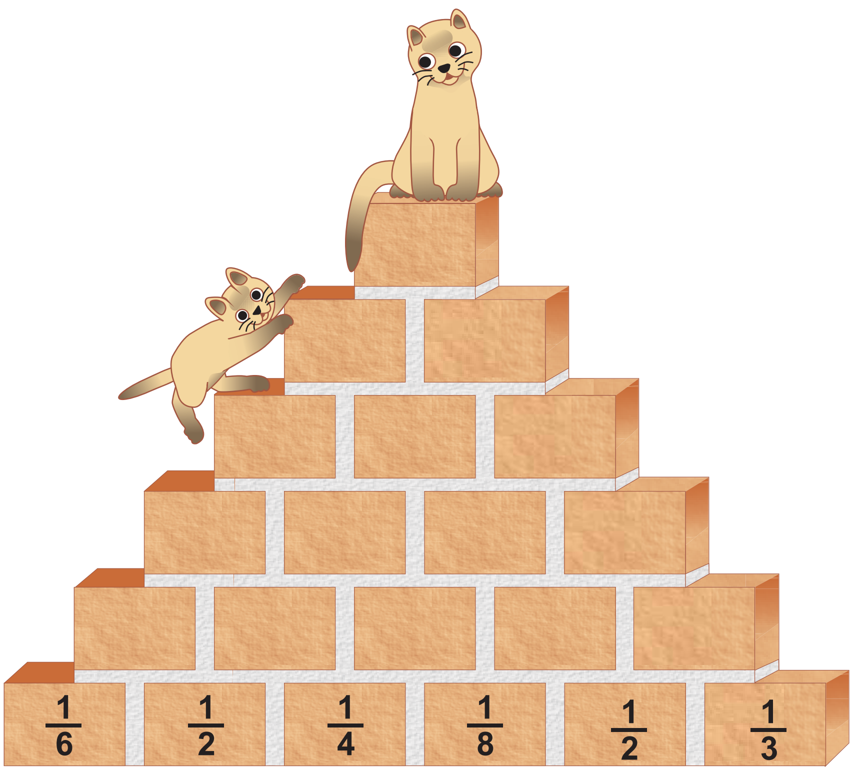
Ejemplo



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

Solución

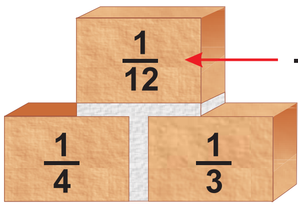




La montaña de la multiplicación de las fracciones

De abajo hacia arriba, suba hasta la cumbre multiplicando dos números contiguos y colocando el producto en la casilla que está encima de los dos números.

Ejemplo



$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Solución